Föreläsning 5: Vågrörelse (igen)

På föreläsning 1 började vi gå igenom vågbegreppet, och definierade *våglängd* och *amplitud*. Nu fortsätter vi med vågbegreppet, och definierar ytterligare några begrepp: vågens *intensitet*, *periodtid*, *frekvens, hastighet och fas*.

I anteckningarna finns också matematisk beskrivning av en våg, med hjälp av sinusfunktion. Att förstå eller bruka dessa sinusfunktioner är dock inte nödvändigt för att klara kursen. De finns med som ett stöd, för de som känner till och hanterat sinusfunktioner tidigare. De markeras genom att skrivas med ljusgrå istället för svart text, eftersom de inte är obligatoriska på kursen.

Intensitet

Med ljuset transporteras energi, och vi behöver ett mått att mäta den energin med. De flesta källor vi är intresserade av lyser under långa tidsperioder, och då är vi mer intresserade av hur mycket energi de sänder per sekund, än av den totala energin. Energi per sekund är effekt, och effekten mäts i Watt. Men sedan vill vi också veta hur mycket energi vi har per belyst yta. Detta kallas till vardags intensitet I, och ges alltså av

$$I = \frac{energiflöde}{belyst\ yta \cdot tid} = \frac{effekt}{belyst\ area} \qquad [\mathrm{W/m^2}]$$

Intensiteten beror inte av frekvens eller våglängd, däremot av hur stor svängningen är, dvs av amplituden. Den blir proportionell mot amplituden i kvadrat, dvs.

$$I \propto a^2 \ .$$

Vi härleder inte detta samband – ni får helt enkelt acceptera det! Vi kommer att använda det flitigt i interferometri-avsnittet.

Begreppet proportionell emot, som skrivs med tecknet $\propto$, betyder att intensiteten ges av en konstant gånger amplituden i kvadrat, $I = C \cdot a^2$. Men vi vet inte hur stor konstanten *C* är, och vi bryr oss egentligen inte heller. Det viktiga är att om *a* förändras så vet vi vad som händer med *I* – t.ex. att om *a* fördubblas, så blir *I* fyra gånger så stort.

Periodtid, frekvens och hastighet

Anta att en våg rör sig åt höger med konstant hastighet. Den tid som det tar för t.ex. en vågtopp att röra sig en hel våglängd kallas vågens *period* eller *periodtid*, T. Om vågen förflyttar sig sträckan λ på tiden T, ges dess hastighet av sträcka per tid, alltså

$$\boxed{c = \frac{\lambda}{T}} \ .$$

Perioden *T* är en tid och mäts i sekunder (*s*). Frekvensen, dvs. antalet svängningar per sekund, är

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$$

och enheten är $1/s = s^{-1} = Hz$ (utläses Hertz). (Symbolen ν är ett greksikt *n* och uttalas ”ny”.) Då kan också vågens hastighet (eller ljushastigheten, eftersom de vågor vi kommer att hantera är ljusvågor) skrivas om enligt

$$\boxed{c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu.}$$

Ljusets hastighet i vacuum är 30 000 000 m/s, eller $3.00 \cdot 10^8$ m/s. Om vi vet våglängden kan vi ta fram frekvensen som $v = c/\lambda$, och då ser vi att frekvensen för synligt ljus ligger på ca $4 \cdot 10^{14} - 7 \cdot 10^{14}$ Hz, vilket vi helt enkelt kan tolka som väldigt många svängningar per sekund.

Vågens fas

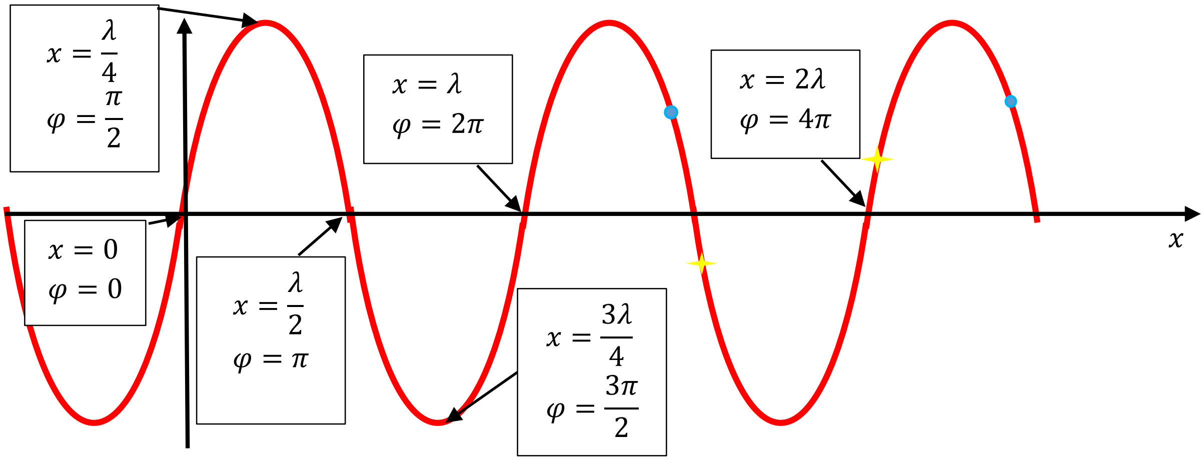
Fasen hos en våg anger var på vågformen man befinner sig. Vågens fas ges av uttrycket

$$\boxed{\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \delta\,,}$$

där x är läget, t är tiden, och δ kallas begynnelsefasen. Nedan följer ytterligare beskrivningar och härledningar för att diskutera fasens betydelse och för att ta fram uttrycket.

”Frusen” våg

Betrakta vågen vid en given tidpunkt. Lite som att ta ett fotografi av vågen, och sedan titta på fotografiet.



För en ”frusen” våg som den ovan, som dessutom skär x-axeln vid x=0, definieras vågens fas som

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x\,.$$

Matematiskt kan vågens förskjutning y beskrivas som sinus av denna fas,

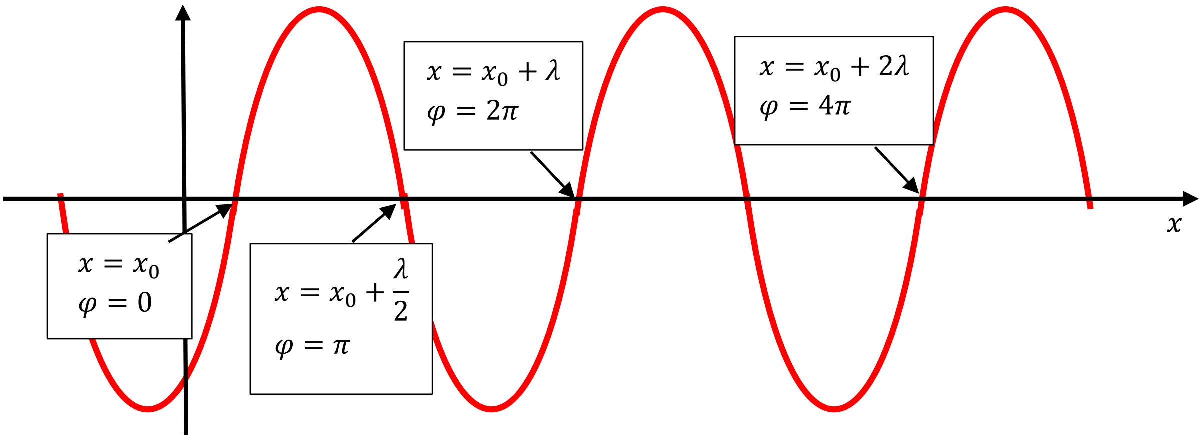
$$y = a\ \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) = a\ \sin\varphi\ ,$$

där a är amplituden.

Notera att om du lägger till 2π till fasen, kommer vågen att vara exakt likadan som tidigare. Så att fasen är noll och att fasen är 2π är i princip samma sak. På samma sätt är fasen π i princip samma sak som fasen 3π.

Ordet fas kan även användas på följande sätt: ta två punkter på vågen, t.ex. de blå cirklarna i figuren ovan, som ligger en våglängd ifrån varandra. Då är skillnaden i fas 2π. Vågen i de två punkterna beter sig på exakt samma sätt: är lika stor, och på väg åt samma håll. De två punkterna är *i fas*.

På samma sätt kommer två punkter som ligger en halv våglängd ifrån varandra, som de två gula stjärnorna, att ha en fasskillnad på π. De beter sig som motsatser till varandra – vågen i den ena är minus vågen i den andra, och de är på väg åt olika håll. De två punkterna är *ur fas.*



I figuren ovan har vågen flyttats en sträcka x_0 längs x-axeln. Fasen ”följer med vågen”, dvs fasen ska fortfarande vara noll där funktionen skär x-axeln. För att det hela ska stämma, måste vi då skriva om fasen som

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x - x_0).$$

Matematsikt kan detta beskrivas som

$$y = a\ \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \delta\right), \text{där } \delta = -\frac{2\pi}{\lambda}x_0.$$

Våg som rör sig

För att lättre kunna studera vågen ”frös” vi den vid en given tidpunkt. Eftersom vågor rör sig, måste vi dock ta itu även med detta. Om vågen hela tiden rör sig, och dess fas ska ”följa med vågen”, måste vi skriva om uttrycket för fasen. Om tiden ges av t, så kommer läget för nollstället x_0, alltså där fasen är noll, att förflytta sig som

$$x_0 = ct = \frac{\lambda}{T}t\,.$$

Sätter vi in detta i fasen, får vi

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x - x_0) = \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\,.$$

Vill man göra uttrycket riktigt allmängiltigt, kan man dessutom sätta dit en begynnelsefas δ, och få

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \delta\,.$$

Detta är det allmänna uttrycket för fasen.

Matematiskt beskrivs detta som

$$y = a\ \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \delta\right).$$

Detta är det allmänna uttrycket för en fortskridande harmonisk våg.

Extra

Om ni läser i boken, märker ni att man också inför vågtalet *k* och vinkelfrekvensen ω enligt

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

De har enheten *1/m* (för vågtalet) och *1/s=Hz* (för vinkelfrekvensen). Anledningen till att de finns är att de är praktiska att arbeta med i vissa lägen. Nu kan vi t.ex. skriva uttrycket för en fortskridande harmonisk våg som

$$y = a\sin(kx - \omega t + \delta).$$

Då kan också ljushastigheten skrivas om som

$$c = \frac{\omega}{k}.$$

Vågtal och vinkelfrekvens är dock överkurs för er, det räcker om ni kan våglängd, periodtid och frekvens.