Föreläsning 3: Radiometri och fotometri

Radiometri = att mäta strålning

Fotometri= att mäta synintrycket av strålning (att mäta ljus)

Radiometri används t.ex. för:

- Effekt på lasrar
- Gränsvärden för UV
- Gränsvärden för radiovågor/mikrovågor från mobiltelefoner
- Gränsvärden för röntgenundersökning

Fotometri används t.ex. för:

- Specifikation av lampor
- Belysning på arbetsplatser
- Syntavlor
- Jämföra bildskärmar

För er är fotometrin viktigare (det blir bara lite radiometri i början). Dessutom är de ganska lika; båda utgår ju från definitionen av flöde.

Radiometri

Strålningsflöde

$$\Phi_e = \frac{\text{utsänd strålningsenergi}}{\text{tid}} = \text{effekt från strålningskälla} \qquad [\text{W}]$$

Ex) Gammeldags 40 W glödlampa, Φ_e=40 W. (All effekt blir faktiskt strålning, även om mycket blir värmestrålning.)

Ex) Grön laserpekare som ger 5 mW, Φ_e=5 mW. (Man måste stoppa in mer effekt än 5 mW för att få ut 5 mW, men det är en annan historia.)

Fotometri

Ljusflöde

Φ_v = strålningsflöde viktat med ögats responskurva ≈ mängden ljus/tid från en ljuskälla

Enhet: [lm] (lumen)

1 W ⟺ 683 lm vid λ=555 nm. Här är ögat som känsligast!

1 W ⟺ 0 lm vid λ=800 nm (eller värmestrålning, radiovågor, mm.). Ögat kan ej se denna våglängd.

Ex) Glödlampa på 40 W ger ca 400 lm (motsvarar bara 0.6 W i grönt ljus). Lampan ger mycket värmestrålning som räknas i W, men inte i lm.

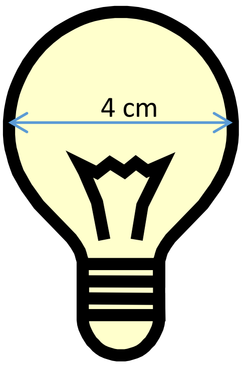
Ex) Laserpekare (532 nm) 5 mW ⟺ 0.005·0.9·683 = 3 lm (5 mW=0.005 W, ögats respons = 0.9 vid 532 nm, 1 W ger ca 683 lm)

Ljusemissionsförmåga

$$M_v = \frac{\Phi_v}{A} = \frac{\text{ljusflöde från källan}}{\text{källans area}} \qquad [\mathrm{lm/m^2}]$$

Kan variera över ytan! Egenskap hos ljuskällan.

Ex) Matt glödlampa 40 W, 4 cm diameter. Numera förbjudna.

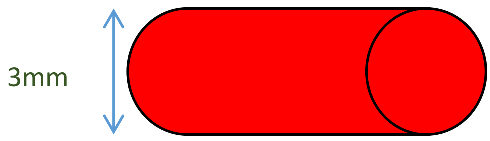


Φ_v = 400 lm (se ovan)

$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (0.02)^2\ \mathrm{m^2} = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^2}$ (Arean av ett klot)

$M_v = 400/5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{lm/m^2} = 80\,000\ \mathrm{lm/m^2}$

Ex) Laserpekare 5 mW, stråle 3 mm diameter.



Φ_v = 3 lm (se ovan)

$A = \pi r^2 = \pi \cdot (0.0015)^2\ \mathrm{m^2} = 7 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2}$ (Arean av en cirkel)

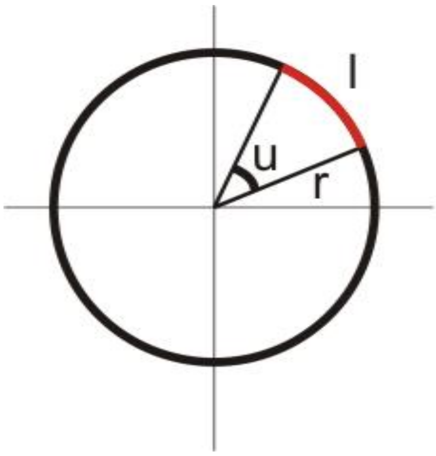
$M_v = 3/7 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{lm/m^2} = 430\,000\ \mathrm{lm/m^2}$

Rymdvinkel

För att kunna definiera nästa begrepp, ljusstyrka, vill vi veta hur stort flöde som sänds ut per vinkel. Vi behöver därför begreppet rymdvinkel. Det definieras på samma sätt som vanlig vinkel, men tvådimensionellt istället för endimensionellt.

Definition av vinklar:

Endimensionellt
(”vanlig” vinkel)

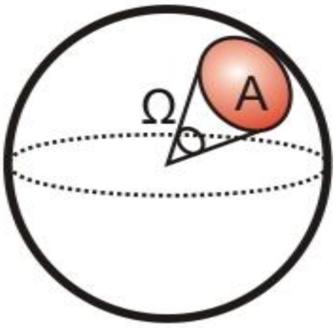


$u = \frac{l}{r}$ [radianer=rad]

$l = 0 \;\rightarrow\; u = 0$

$l = 2\pi r \;\rightarrow\; u = 2\pi$

Tvådimensionellt
(rymdvinkel)



$\Omega = \frac{S'}{r^2}$ [steradianer=sr]

$S' = 0 \rightarrow \; \Omega = 0$

$S' = 4\pi r^2 \;\rightarrow\; \Omega = 4\pi$ (hel sfär)

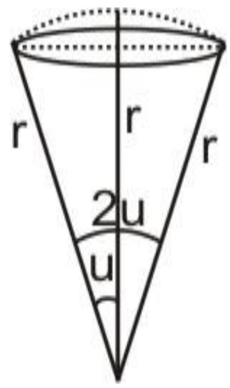
$S' = 2\pi r^2 \;\rightarrow\; \Omega = 2\pi$ (halv sfär)

Specialfall: För en <u>kon</u> gäller:

$u =$ halva konvinkeln

$\Omega = 4\pi \cdot sin^2(\frac{u}{2}) = 2\pi(1 - \cos u)$

För <u>små vinklar:</u> *sin (u/2)≈ u/2* → *Ω=πu²* (OBS! u ska vara i radianer!)



Ex) Ficklampa lyser mot vägg. Ändras rymdvinkeln om jag går längre ifrån? Beräkna ficklampans rymdvinkel (approximativt, nedan visas två sätt med samma resultat):

$$\Omega = \frac{S'}{r^2} \approx \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{r^2}$$

$$\Omega \approx \pi u^2 = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{r^2}$$

Ljusstyrka

$$\mathrm{I}_v = \frac{\Delta\Phi_v}{\Omega} = \frac{\text{ljusflöde i viss rymdvinkel}}{\text{rymdvinkeln}} \qquad [\text{candela} = \text{cd} = \text{lm/sr}]$$

Talar om hur riktat ljuset är. Egenskap hos ljuskällan.

Ex) 40 W glödlampa

$$\left.\begin{array}{l} \Phi_v = 400 \text{ lm} \\ \Omega = 4\pi \end{array}\right\} \quad \mathrm{I}_v = \frac{400}{4\pi} = 32\ cd$$

Ex) Grön laserpekare 5 mW, ljuset sprids med halv konvinkel $u = 0.05°$.

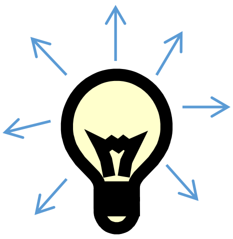
$$\left.\begin{array}{l} \Phi_v = 3 \text{ lm} \\ u = 0.05° = \dfrac{\pi}{180} \cdot 0.05 \text{ rad} = 8.7 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \\ \Omega = \pi u^2 = 2.4 \cdot 10^{-6} \text{ sr} \end{array}\right\} \quad \mathrm{I}_v = \frac{3}{2.4 \cdot 10^{-6}} = 1\ 200\ 000 \text{ cd}$$

Laser har mycket högre ljusstyrka p.g.a. att den är mer riktad.

I_v varierar nomalt med riktningen, därav notationen med Δ!

En <u>isotrop källa</u> sprider lika mycket ljus åt alla håll:

- Stjärna
- Glödlampa kan ses som isotrop (om man inte är för nära)



Flöde Φ_v

Rymdvinkel $\Omega = 4\pi$ (hel sfär)

$$\mathrm{I}_v = \frac{\Phi_v}{4\pi}$$

för isotrop källa.

Föreläsning 4: Fortsättning fotometri

Belysning

$$\mathrm{E}_v = \frac{\Delta\Phi_v}{\mathrm{S}} = \frac{\text{ljusflöde som träffar yta}}{\text{belysta ytans area}} \qquad [\mathrm{lux} = \mathrm{lm}/\mathrm{m}^2]$$

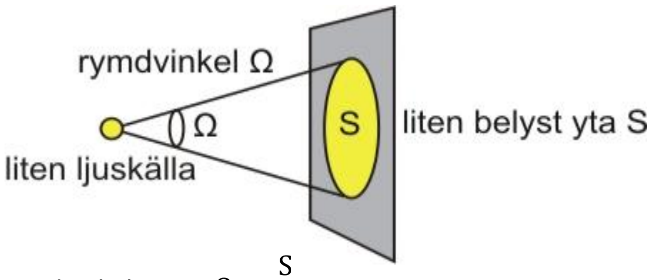
Egenskap hos belysta ytan, men beror av källans egenskaper och placering. Belysningen på en yta kan beräknas enligt

$$\boxed{\mathrm{E}_v = \frac{I_v \cdot \cos i}{r^2}}$$

där I_v är ljusstyrkan hos en punktkälla på avståndet r från ytan, och i är ytans vinkel (se härledning av allmänna fallet nedan.) Även en utbredd källa kan räknas som punktkälla om den är tillräckligt liten, närmare bestämt om avståndet mellan källa och belyst yta är minst fem gånger källans diameter.

Notera att belysningen avtar med kvadraten på avståndet och cosinus för vinkeln. Ju längre bort från källan, desto lägre belysning. Och den största belysningen fås om ytan vänds rakt mot källan. Vinklar du ytan, blir belysningen lägre.

Nu ska sambandet härledas. Till att börja med undersöker vi ett enklare specialfall. Om ytan är vänd rakt mot källan, dvs om $i = 0$, har vi:



Tumregel: $r > 5 \cdot \text{källans diameter}$

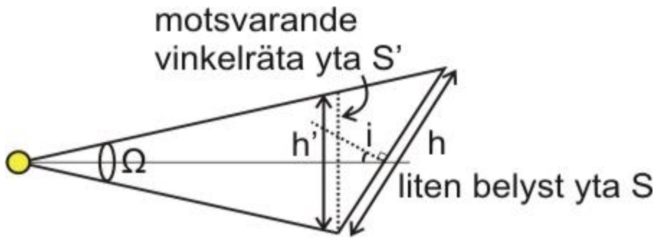
Rymdvinkel: $\Omega = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{r}^2}$

Flöde mot ytan: $\Delta\Phi_v = I_v \cdot \Omega = \frac{I_v \cdot S}{r^2}$

Belysning: $\mathrm{E}_v = \frac{\Delta\Phi_v}{\mathrm{S}} = \frac{I_v \cdot S}{r^2 \cdot S} = \frac{I_v}{r^2}$ Obs! Gäller endast vinkelrätt infall.

Eftersom $\cos i = 1$ vid vinkelrätt infall stämmer formeln i detta specialfall.

Om ytan är vinklad (vinkel *i*) kan vi göra om i princip samma härledning, men ta med vinkeln i beräkningarna:



Ytans höjd: $h' = h \ \cos i$

Ytans area: $S' = \ h' \cdot \text{bredd} =$
$= h \ \cos i \cdot \ \text{bredd} \ = \ S \ \cos i$

Rymdvinkel: $\Omega = \frac{S'}{r^2} = \frac{S \cdot \cos i}{r^2}$

Flöde mot ytan: $\Delta\Phi_v = I_v \cdot \Omega = \frac{I_v \cdot S \cdot \cos i}{r^2}$

Belysning: $\mathrm{E}_v = \frac{\Delta\Phi_v}{\mathrm{S}} = \frac{I_v \cdot S \cdot \cos i}{r^2 \cdot S} = \frac{I_v \cdot \cos i}{r^2}$

Gäller alla vinklar.

Vi har alltså härlett uttrycket, nu för alla vinklar.

Ex) 40 W glödlampa hänger 1 m över ett bord. Rakt under lampan blir belysningen

$$\mathrm{E}_v = \frac{I_v \cdot \cos i}{r^2} = \frac{32 \cdot 1}{1^2} = 32 \text{ lux}$$

Ex) Grön laserpekare, 5 mW, lyser på skärm 1 m bort

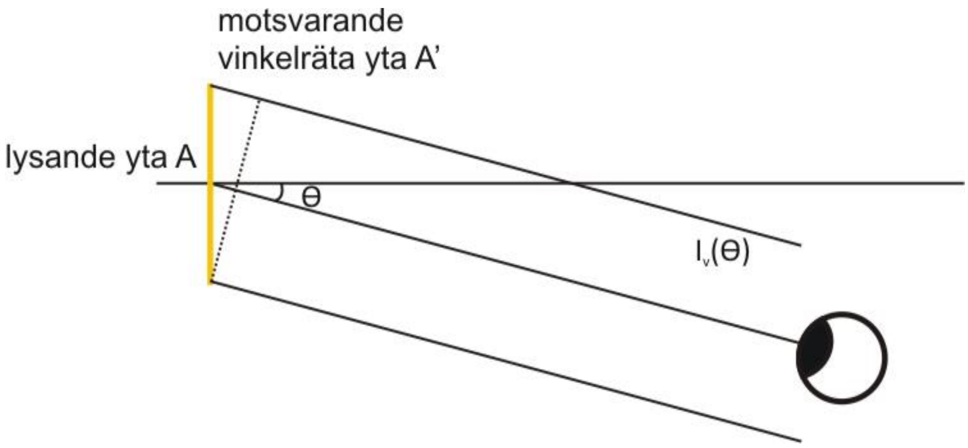
$$\mathrm{E}_v = \frac{I_v \cdot \cos i}{r^2} = \frac{1\,200\,000 \cdot 1}{1^2} \text{lux} = 1\,200\,000 \text{ lux}$$

Luminans

$$L_v = \frac{I_v}{A'} = \frac{\text{ljusstyrka i viss riktning}}{\text{projicerad källarea i samma riktning}} =$$

$$= \frac{\text{ljusflöde i viss riktning}}{\text{rymdvinkel} \cdot \text{projecerad källarea}} \qquad \left[\, ^{\text{lm}}/_{\text{m}^2\text{sr}} = {}^{\text{cd}}/_{\text{m}^2} \right]$$

Egenskap hos lysande yta (utbredd ljuskälla). Projicerad yta betyder motsvarande vinkelräta ytan (se figuren nedan).



Den projicerade ytan är $A' = A\ \cos\theta$.

Luminansen kan då skrivas $\quad \mathrm{L}_v = \dfrac{I_v}{A'} = \dfrac{I_v}{A \cdot \cos \Theta}.$

Ex) Glödlampa 40 W, $I_v = 32\ \text{cd}$

Vinkelräta ytan är $A' = \pi r^2 = \pi \cdot (0.02)^2\ m^2 = \ 1.25 \cdot 10^{-3}\ m^2$

$$\mathrm{L}_v = \frac{32}{1.25 \cdot 10^{-3}} = 25\ 000\ \text{cd}/m^2$$

Ex) Grön laserpekare 5 mW, $I_v = 1\ 200\ 000\ \text{cd}$

Type equation here.Vinkelräta ytan är $A' = \pi r^2 = \pi \cdot (0.0015)^2\ \text{m}^2 = \ 7 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$

$$\mathrm{L}_v = \frac{1\ 200\ 000}{7 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{11}\ \text{cd}/m^2$$

Detta gäller enbart i strålens riktning. Jämför med solen $L_v = 1.6 \cdot 10^9\ \text{cd/m}^2$.

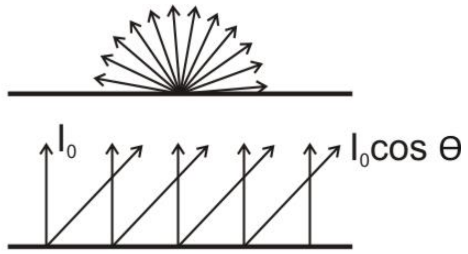
Luminansen bestämmer hur ljust ett objekt <u>ser ut</u> att vara.Ska du köpa ny TV eller mobil är skärmens luminans viktigast.

Perfekt diffus källa

Luminansen L_v är oberoende av riktning, dvs

$$\mathrm{L}_v = \frac{I_v}{A'} = \frac{I_v(\Theta)}{A \cdot \cos\Theta} = \text{konstant}$$

$$I_v(\Theta) = L_v \cdot A \cdot \cos\Theta$$



En perfekt diffus källa kallas Lambertstrålare eller Lambertspridare.

Ex) Snö, vitt papper

Man kan visa att

$$\Phi_v = \pi \cdot A \cdot L_v$$

$$\mathrm{M}_v = \frac{\Phi_v}{\mathrm{A}} = \pi \cdot L_v$$

för Lambertspridare (M_v = ljusemissionsförmåga)

Vid belysning av diffus yta blir ytan som en ny källa med:

$\mathrm{M}_v = \mathrm{R} \cdot E_v$ (R=reflektans, E_v=infallande belysning)

$\mathrm{L}_v = \frac{M_v}{\pi} = \frac{\mathrm{R} \cdot \mathrm{E}_v}{\pi}$.

Ex) Projektor 800 lm belyser grå vägg (reflekterar 85%) på 1.2 x 1.8 m. Vilken luminans får väggen?

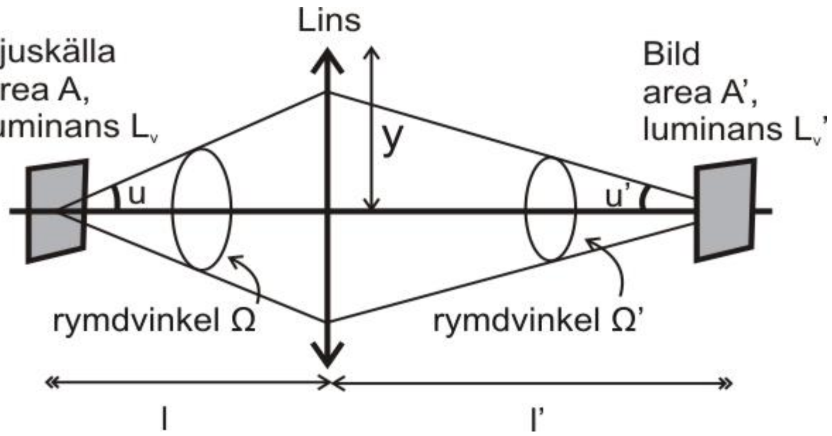
Belysning: $\mathrm{E}_v = \frac{800}{1.2 \cdot 1.8} = 370 \text{ lux}$

Ljusemissionsförmåga: $\mathrm{M}_v = \mathrm{R} \cdot E_v = 0.85 \cdot 370 \text{ lm/m}^2 = 310 \text{ lm/m}^2$

Luminans: $\mathrm{L}_v = \frac{M_v}{\pi} = \frac{310}{\pi} \text{lm/m}^2\text{sr} = 100 \text{ lm/m}^2\text{sr}$

Fotometri i avbildande system

Vi vet hur ”ljust” objektet är, dvs. vad det har för luminans. Hur ”ljus” blir då bilden, dvs. vad har den för luminans?



Flödet genom systemet bevaras från källa till bild:

$\Phi = L_v A \Omega = \Phi' = L_v' A' \Omega'$ Gäller alltid!

Vid små vinklar (paraxialt system), då vi också kan bortse från aberrationer och difraktion, gäller:

$$\Omega = \pi u^2 = \pi \left(\frac{y}{l}\right)^2$$

$$\Omega' = \pi u'^2 = \pi \left(\frac{y}{l'}\right)^2$$

$$\frac{A'}{A} = \left(\frac{l'}{l}\right)^2$$

Då blir bildens luminans

$$L_v' = L_v \frac{A}{A'}\frac{\Omega}{\Omega'} = L_v \left(\frac{l}{l'}\right)^2 \frac{\pi \left(\frac{y}{l}\right)^2}{\pi \left(\frac{y}{l'}\right)^2} = L_v \left(\frac{l}{l'}\right)^2 \left(\frac{l'}{l}\right)^2 = L_v \text{ , dvs } \boxed{L_v' = L_v}.$$

Luminansen bevaras i avbildande system! Förutsatt små vinklar, försumbara aberrationer och diffraktion, samt att systemet är i luft.

Men belysning och ljusstyrka ändras! Belysningen i bilden blir

$$E_v' = \frac{\Phi'}{A'} = L_v'\Omega' = L_v \Omega'$$

Belysningen i bilden bestäms av objektets luminans och aperturstoppets storlek.

Låt avbildande systmet vara ögat med fix pupill. Då är Ω' konstant och belysningen på näthinnan bestäms enbart av objektets luminans, dvs. det är objektets luminans som avgör hur ljust det <u>ser ut</u> att vara.