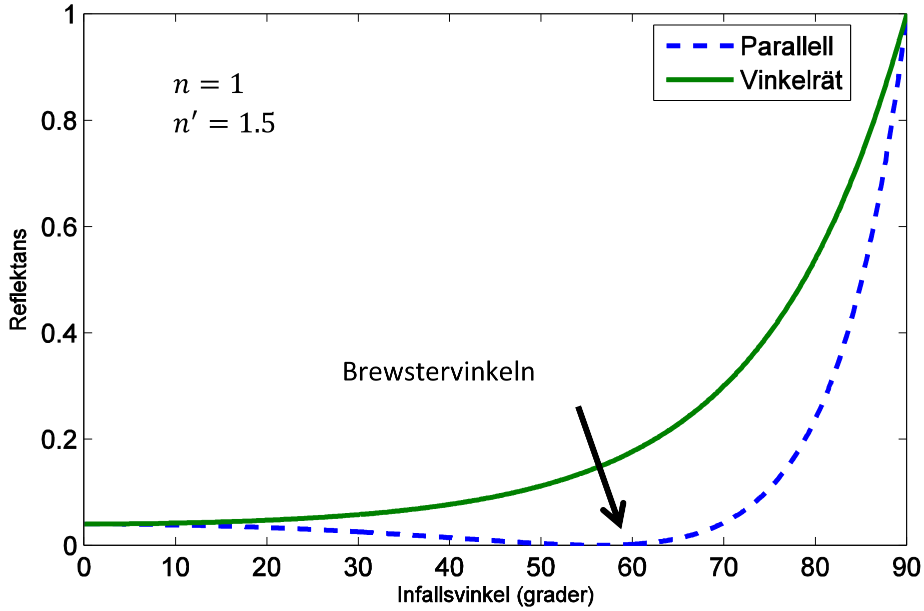
Föreläsning 7: Antireflexbehandling

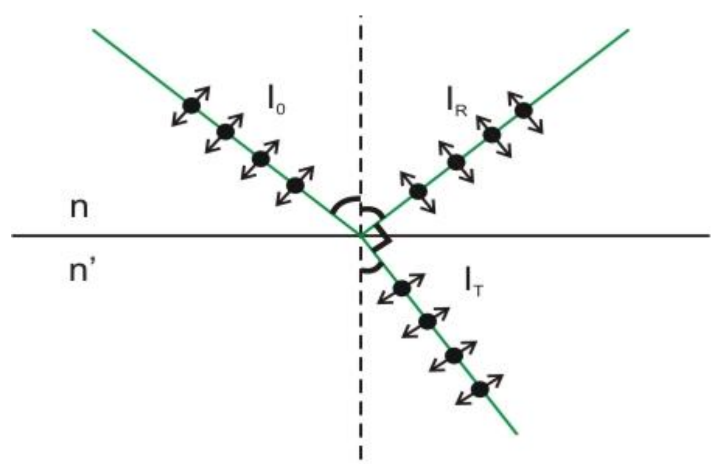
När strålar träffar en yta vet vi redan hur de bryts (Snells lag) eller reflekteras (reflektionsvinkeln lika stor som infallsvinkeln). Nu vill vi veta **hur mycket** som reflekteras, och hur mycket som bryts.

Från förra föreläsningen vet vi redan att hur mycket ljus som reflekteras kommer att bero av

- Brytningsindex
- Infallsvinkel
- Polarisation



I figuren till vänster visas reflektansen $R = {}^{I_R}\!/_{I_0}$ som funktion av infallsvinkel för de två polarisationerna. Den gröna heldragna linjen motsvarar vinkelrätt polariserat ljus, som visas som punkter i nästa figur. Den blå streckade linjen motsvarar parallellpolariserat ljus, som visas som pilar i nästa figur. Det är denna polarisation som släcks ut vid Brewster-vinkel.



Reflektansen som funktion av polarisation och vinkel kan räknas ut med hjälp av Fresnels formler, som finns i boken. Det viktiga för oss är att reflektansen blir ökar med infallsvinkeln, med undantag för just Brewster-vinkeln.

Men för små infallsvinklar, noll eller nära noll, blir reflektansen densamma för alla polarisationer. Då gäller

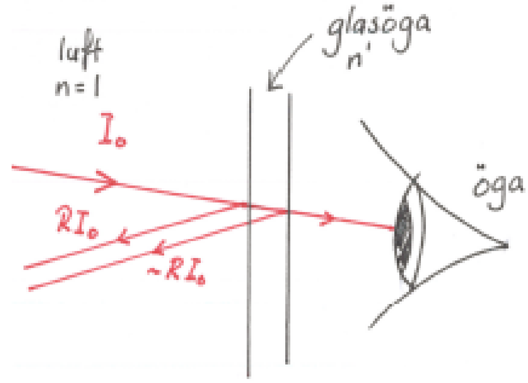
$$R = \frac{(n' - n)^2}{(n' + n)^2}.$$

Då beror reflektansen enbart av skillnaden i brytningindex. Stor skillnad ger hög reflektans, liten skillnad ger låg reflektans. Samma reflektans om ljuset kommer från andra hållet!

Ex) Glas i vinkelrätt infall, n=1, n'=1.5 ger $R = \frac{(1.5-1)^2}{(1.5+1)^2} = 0.04 = 4\%$

Ex) Högbrytande glas i vinkelrätt infall, n=1, n'=1.73 ger $R = \frac{(1.73-1)^2}{(1.73+1)^2} = 0.07 = 7\%$

Reflektion i glasöga



När ljuset går från ett objekt mot ögat, träffar det glasögat på vägen. Om brytningsindex är 1.5, reflekteras 4% i första yten och 4% i andra ytan, alltså totalt 8%. Det mesta ljuset, 92%, kommer igenom ytan och når ögat. Med ett högbrytande glas kan det bli upp till 7-8% i varje yta, dvs totalt 15 % som reflekteras och 85% som når ögat.

Med en antireflexbehandling får du lägre reflektans – oftast under 1% i varje yta, både för vanliga och för högbrytande glas i vinkelrätt infall. Vad är det som blir bättre?

1) **Ser du bättre?** Hurvida 92% eller 99% av ljuset når ögat, gör faktiskt inte så stor skillnad! De undersökningar som finns visar på en viss subjektiv skillnad – många upplever sig se lite bättre med antireflexbehandling, medan en mindre gupp faktiskt föredrar glasögon utan. De studier som försökt mäta objektiv skillnad – dvs får bäraren bättre visus eller kontrastkänslighet med antireflexbehandling – har inte funnit någon sådan skillnad (undantag under speciella ljusförhållanden, eller för små patientgrupper). Sammantaget blir svaret på frågan att **kanske ser du något bättre** med antireflexbehandling, men **i så fall är skillnaden liten**. (Ofta finner du starka påståenden, utan belägg, om att du ser mycket bättre med AR-behandling. Här finns starka kommersiella intressen, så se upp med vem du får informationen av!)

2) **Ser du bättre ut?** Här är skillnaden stor – om glasögat reflekterade 8% utan AR-skikt, och runt 1% med AR-skikt, har du minskat reflexen till en åttondel av sitt tidigare värde. Det är en stor skillnad! Reflexerna från dina glasögon minskar och därmed syns dina ögon bättre. Så **ja, du ser bättre ut** (i alla fall om du har vackra ögon).

Effekten av AR-behandling blir större om du har högbrytande glas.

Nu går vi vidare med tre huvudsakliga frågor:

1) Hur fungerar AR-skikt? Med hjälp av interferens, så vi måste förklara interferens.
2) Vilka begränsningar har AR-skikt?
3) Kan vi använda interferens till något mer?

För delen som nu fäljer kan du antingen använda anteckningarna, eller den power-point-presentation som delats ut. Obs! Powerpoint-presentationen är inte komplett, utan behöver kompletteras under förläsningen.

Optisk väglängd

Ej att förväxla med våglängd! Behövs innan vi går in på antireflexbehandling

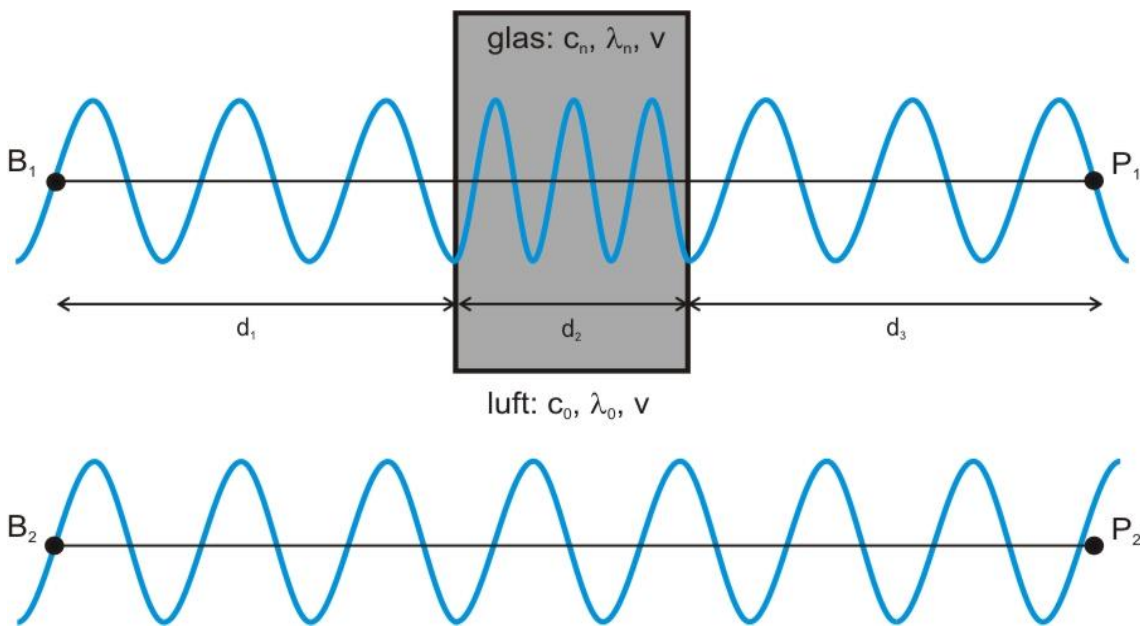
I ett material med brytningsindex n går ljuset långsammare än i vakuum:

$$c_n = \frac{c_0}{n}$$

Frekvensen ändras inte, $\nu_n = \nu$.

Våglängden blir $$\lambda_n = \frac{c_n}{\nu} = \frac{1}{n}\frac{c_0}{\nu} = \frac{\lambda}{n}$$

Alltså blir våglängden kortare i t.ex. glas än i luft. Då hinner ljuset med fler perioder på samma sträcka.



Ljuset som går från B_1 till P_1 har hunnit med fler perioder än det som gått från B_2 till P_2 trots att sträckan är lika lång.

Fasförändring från B_1 till P_1:

$$\varphi_1 = k \cdot d_1 + k_n \cdot d_2 + k \cdot d_3 = \frac{2\pi}{\lambda} d_1 + \frac{2\pi}{\lambda} n d_2 + \frac{2\pi}{\lambda} d_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \underbrace{(d_1 + n d_2 + d_3)}_{=\text{optisk väglängd, L}}$$

Fasförändring från B_2 till P_2:

$$\varphi_2 = k(d_1 + d_2 + d_3) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 + d_2 + d_3)$$

Fasskillnad:

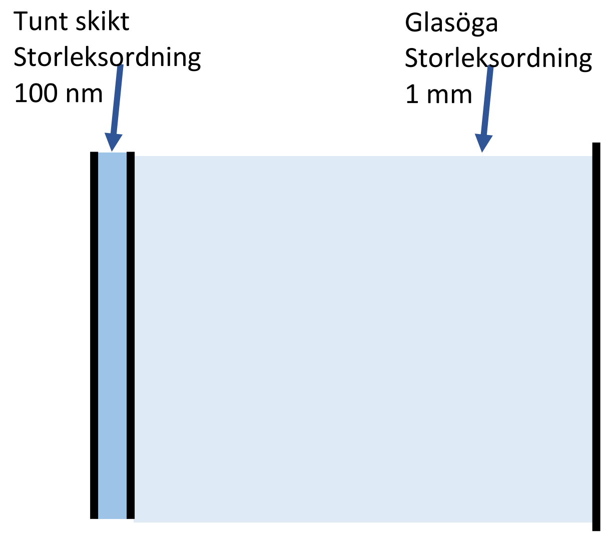
$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\underbrace{(d_1 + nd_2 + d_3 - d_1 - d_2 - d_3)}_{=\text{optisk vägskillnad}} = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)d_2$$

Slutsats:

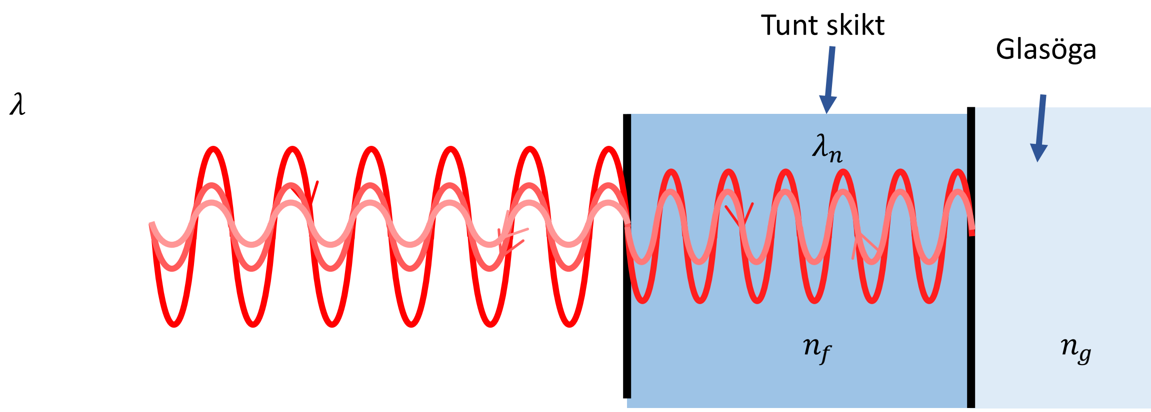
Om vi vill veta fasen hos ljus som går genom ett material måste vi byta ut avstånd x mot optisk väglängd ***$L=n_1x_1+n_2x_2+\ldots$***

Antireflexbehandling består av tunna skikt

Skikten läggs på båda sidor av glasögat. De är *mycket tunnare* än glasögat.



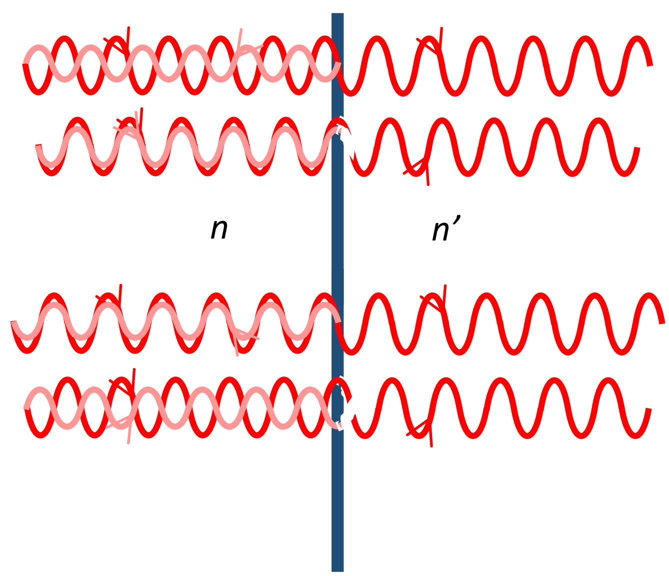
När ljuset går genom skiktet, förändras våglängden. Då blir den optiska väglängden genom skiktet $n_f d$, där d är skiktets tjocklek.



Ljuset reflekteras på två ställen: reflektion 1 sker i ytan mellan luft och tunt skikt, och reflektion 2 sker i ytan mellan tunt skikt och glasöga. De två reflekterade vågorna interfererar sedan med varandra. På vilket sätt de interfererar beror på skiktets tjocklek och brytningsindex, samt på typen av reflektion.

Reflektion utan fasskift sker om n'<n. Detta kallas reflektion mot tunnare medium.

Reflektion med ett fasskift på π sker om n'>n. Detta kakkas reflektion mot tätare medium.



Typ av interferens

Om de två reflekterade vågorna är i fas:

$I_1 \propto a_1^2$

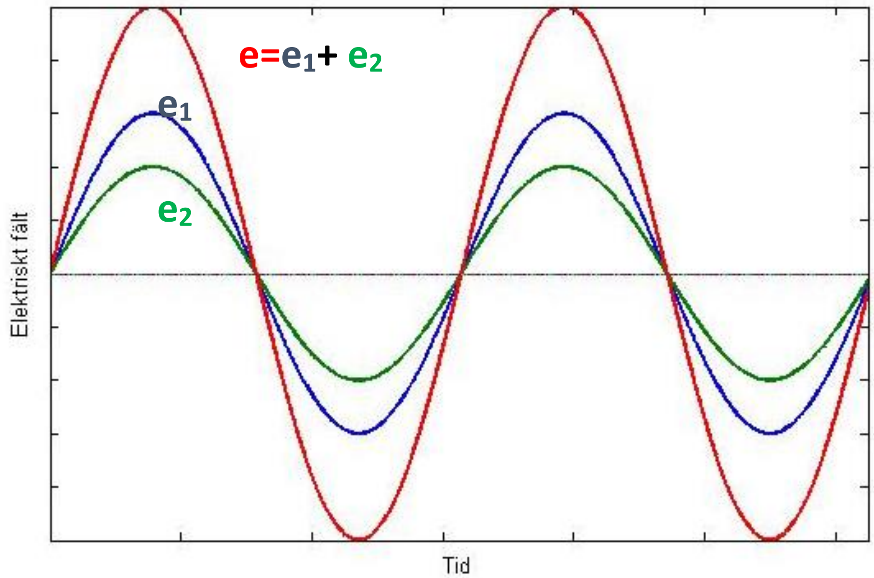
$I_2 \propto a_2^2$

$$I_{tot} \propto (a_1 + a_2)^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2$$

$$\boldsymbol{I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

Konstruktiv interferens.

Ex) $I_1 = I_2 \rightarrow I_{tot} = 4\ I_1$



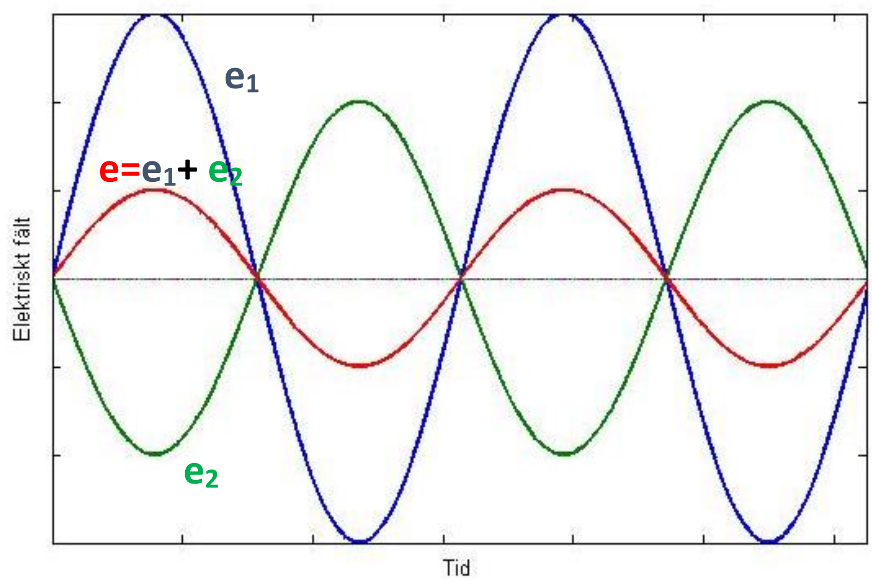
Om de två reflekterade vågorna är ur fas:

$$I_{tot} \propto (a_1 - a_2)^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2$$

$$\boldsymbol{I_{tot} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

Destruktiv interferens.

Ex) $I_1 = I_2 \rightarrow I_{tot} = 0$ (Utsläckning)

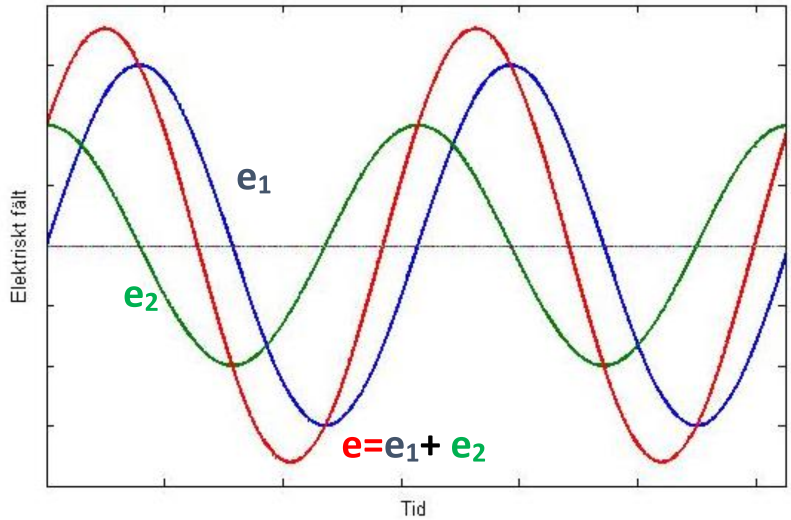


Om fälten varken är i eller ur fas (eller rättare sagt, alltid):

$$\boldsymbol{I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi}$$

där $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ är fasskillnaden.

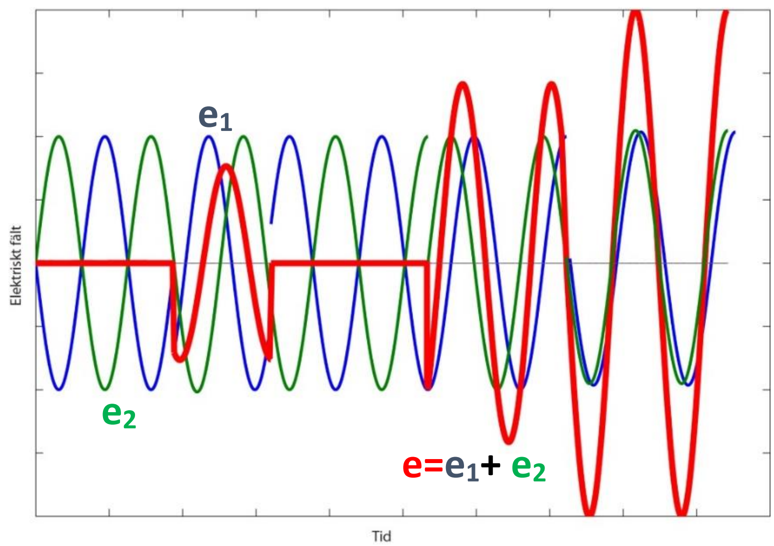
Dvs även om vågorna inte är exakt i fas eller exakt i motfas, går det att räkna ut intensiteten. Det ska du veta, även om själva formeln är överkurs.



Om fasen hoppar (inkoherent ljus, mer om det senare):

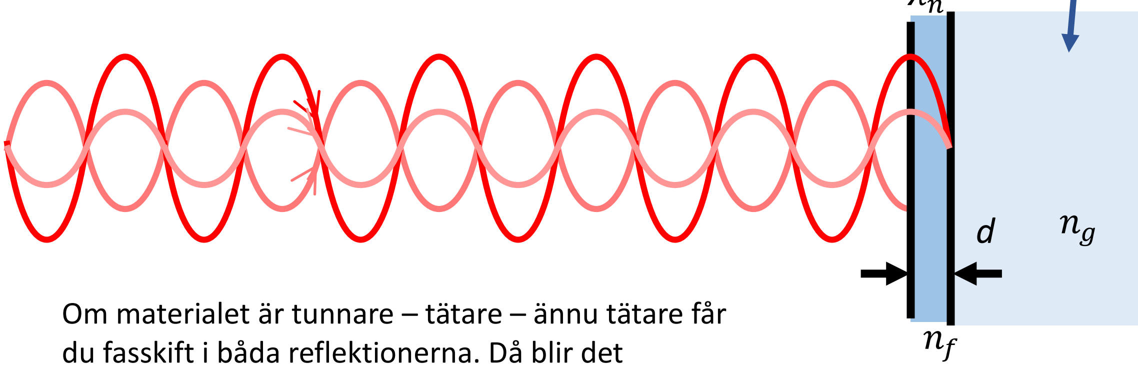
$$\boldsymbol{I_{tot} = I_1 + I_2}$$

Detta är egentligen det enklaste sambandet, som också oftast gäller! Men det gäller inte i tunna skikt.



Interferens i tunna skikt – tunnare – tätare – ännu tätare

$$2n_f d = \frac{\lambda}{2} \qquad d = \frac{\lambda}{4n_f}$$



Om materialet är tunnare – tätare – ännu tätare får du fasskift i båda reflektionerna. Då blir det destruktiv interferens (dvs AR-skikt) om

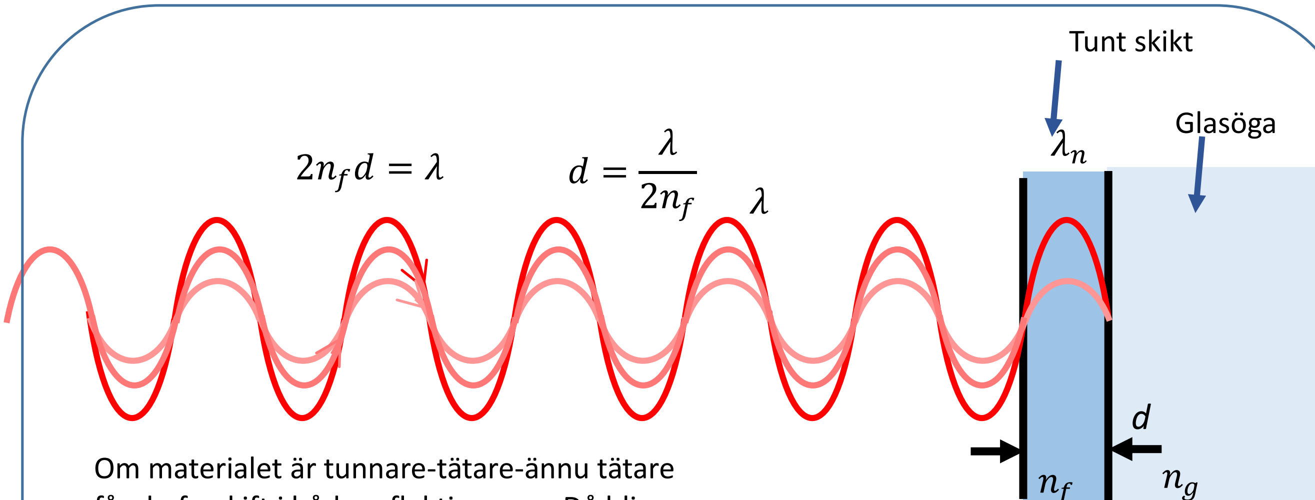
$$2n_f d = \frac{\lambda}{2} + m \cdot \lambda \,,$$

där m är ett heltal. Det tunnaste av dessa skikt fås för m=0, dvs $d = {}^{\lambda}/_{4n_f}$.

Tunnare-tätare-ännu tätare

$$1 < n_f < n_g$$

$$2n_f d = \lambda \qquad d = \frac{\lambda}{2n_f}$$



Om materialet är tunnare-tätare-ännu tätare får du fasskift i båda reflektionerna. Då blir det konstruktiv interferens (dvs spegel) om

$$2n_f d = m \cdot \lambda \,,$$

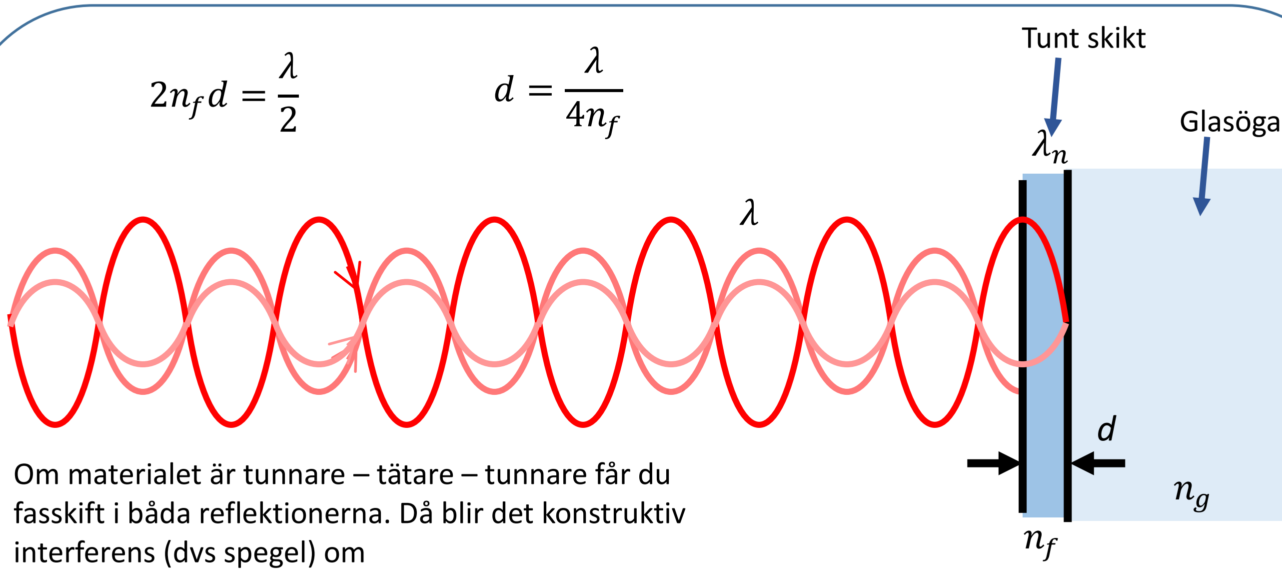
där m är ett heltal. Det tunnaste av dessa skikt fås för m=1, dvs $d = {}^{\lambda}/_{2n_f}$.

Tunnare-tätare-ännu tätare

$$1 < n_f < n_g$$

Interferens i tunna skikt – tunnare – tätare – tunnare

$$2n_f d = \frac{\lambda}{2} \qquad d = \frac{\lambda}{4n_f}$$



Om materialet är tunnare – tätare – tunnare får du fasskift i båda reflektionerna. Då blir det konstruktiv interferens (dvs spegel) om

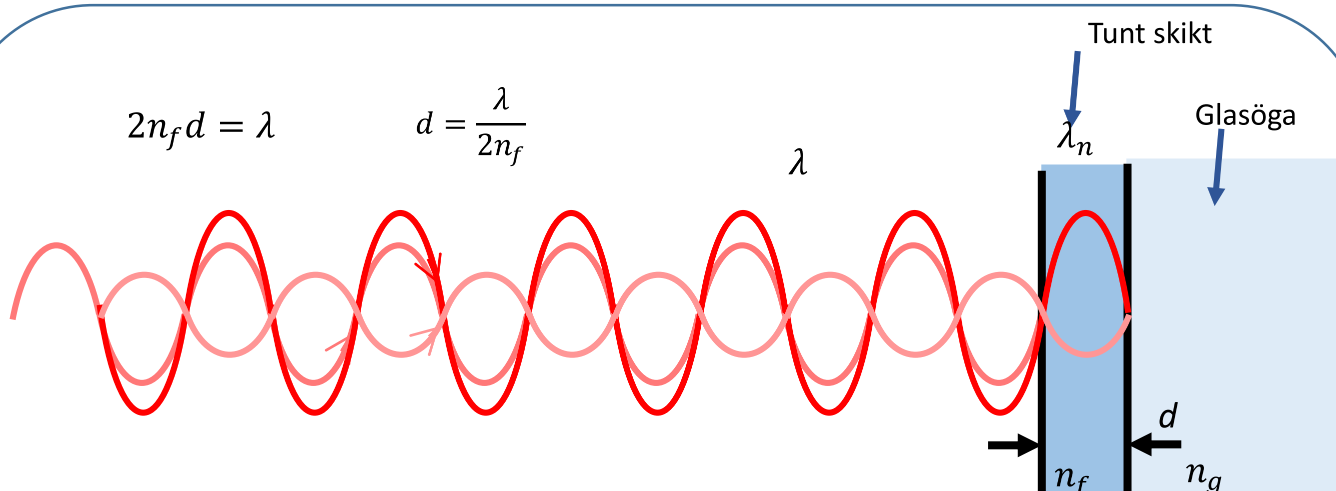
$$2n_f d = \frac{\lambda}{2} + m \cdot \lambda\,,$$

där m är ett heltal. Det tunnaste av dessa skikt fås för m=0, dvs $d = {}^{\lambda}/_{4n_f}$.

Tunnare - tätare - tunnare

$$1 < n_f > n_g$$

$$2n_f d = \lambda \qquad d = \frac{\lambda}{2n_f}$$



Om materialet är tunnare – tätare – tunnare får du fasskift i båda reflektionerna. Då blir det destruktiv interferens (dvs AR-skiktl) om

$$2n_f d = m \cdot \lambda\,,$$

där m är ett heltal. Det tunnaste av dessa skikt fås för m=1, dvs $d = {}^{\lambda}/_{2n_f}$.

Tunnare - tätare - tunnare

$$1 < n_f > n_g$$

Ex) Såpbubbla n=1.4, d=0.3 µm i vitt ljus, vinkelrät infall. Vilken färg får reflexen från ytan?

Tunnare – tätare – tunnare, samt maximal reflektans, ger

$$2n_f d = \frac{\lambda}{2} + m \cdot \lambda$$

$$2n_f d = \lambda\left(\frac{1}{2} + m\right)$$

$$2n_f d = \lambda \cdot \frac{2m+1}{2}$$

$$\lambda_{max} = \frac{4n_f d}{2m+1} = \frac{4 \cdot 1.4 \cdot 300}{2m+1}\,\mathrm{nm} = \frac{1680}{2m+1}\,\mathrm{nm}$$

Där m=0,1,2,3,... (välj så att våglängden blir positiv)

Störst reflektans för

$$m = 0{:}\ \ \lambda_{max} = \frac{1680}{1} = 1680\ \mathrm{nm}\ (IR)$$

$$m = 1{:}\ \ \lambda_{max} = \frac{1680}{3} = 560\ \mathrm{nm}\ (grönt)$$

$$m = 2{:}\ \ \lambda_{max} = \frac{1680}{5} = 336\ \mathrm{nm}\ (UV)$$

Nu har vi hittat alla vågländer inom synliga spektrat. Fortsätter vi med högre *m* blir våglängden bara ännu kortatre och hamnar ännu längre in i det ultravioletta.

Reflexen ser alltså grönaktig ut.

Vilka våglängder reflekteras?

I exemplet på förra sidan tog vi villkoret för konstruktiv interferens vid tunnare-tätare-tunnare,

$$2n_f d = \frac{\lambda}{2} + m \cdot \lambda \,.$$

Sedan löste vi ut våglängden λ och fick på så vis fram de våglängder som har konstruktiv interferens, dvs de som reflekteras mest:

$$\lambda_{max} = \frac{4n_f d}{2m+1}.$$

Man kan göra på samma sätt med de andra villkoren, och på så vis få fram uttryck för de våglängder som reflekteras mest eller minst.

Tunnare – tätare - ännu tätare, destruktiv interferens (dvs lite ljus reflekteras):

$$\lambda_{min} = \frac{4n_f d}{2m+1}\,, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

Tunnare – tätare - ännu tätare, konstruktiv interferens (dvs mycket ljus reflekteras):

$$\lambda_{max} = \frac{2n_f d}{m}\,, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Tunnare – tätare - tunnare, destruktiv interferens (dvs lite ljus reflekteras):

$$\lambda_{min} = \frac{2n_f d}{m}\,, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

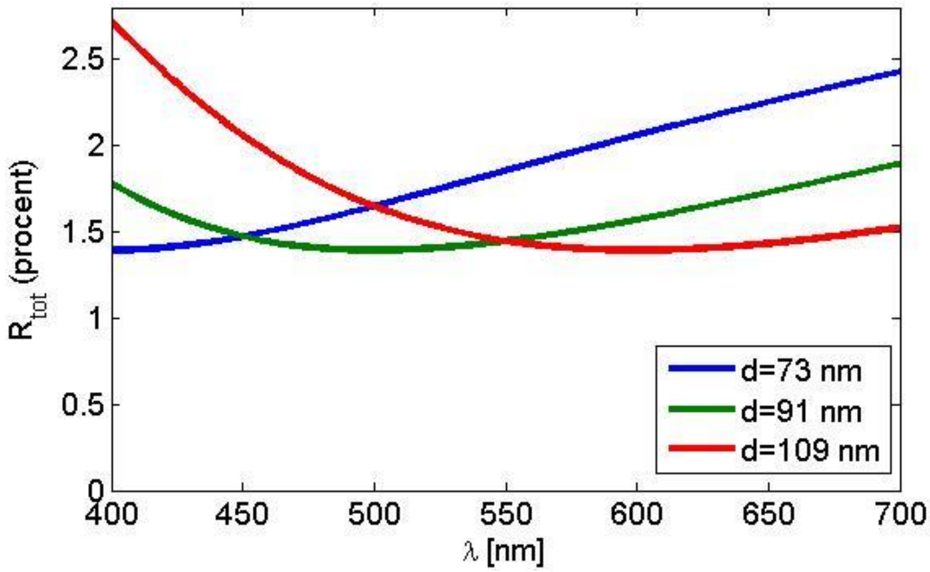
Tunnare – tätare - tunnare, konstruktiv interferens (dvs mycket ljus reflekteras):

$$\lambda_{max} = \frac{4n_f d}{2m+1}\,, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

De möjliga värdena på m är de heltal, som ger en ändlig positiv våglängd. För tunnare-tätare-ännu tätare, destruktiv interferens, blir t.ex. noll det lägsta värde som m kan anta, eftersom $m = -1$ skulle ge en negativ våglängd – vilket inte finns. För motsvarande skikt men med konstruktiv interferens, blir det istället $m = 1$ som är det lägsta värdet, eftersom $m = 0$ skulle leda till division med noll, och alltså ge en oändlig våglängd – vilket heller inte finns.

Om ljusets färg ändras

Sambanden för interferens innehåller alla våglängden. Om färgen på ljuset ändras, dvs om våglängden ändras, kommer också skiktets egenskaper att ändras.



Ovan visas reflektansen Rtot för tre olika skikt. Alla är gjorda av ett material med $n_f = 1.37$ och ligger på en yta med $n_g = 1.5$. Skikten har dock olika tjocklek: ett är optimerat för en våglängd på 400 nm, ett för en våglängd på 500 nm, och ett för en våglängd på 600 nm. Som synes ökar reflektansen för andra våglängder.

Inget tunt skikt kan vara antireflex för hela synliga spektrat samtidigt!

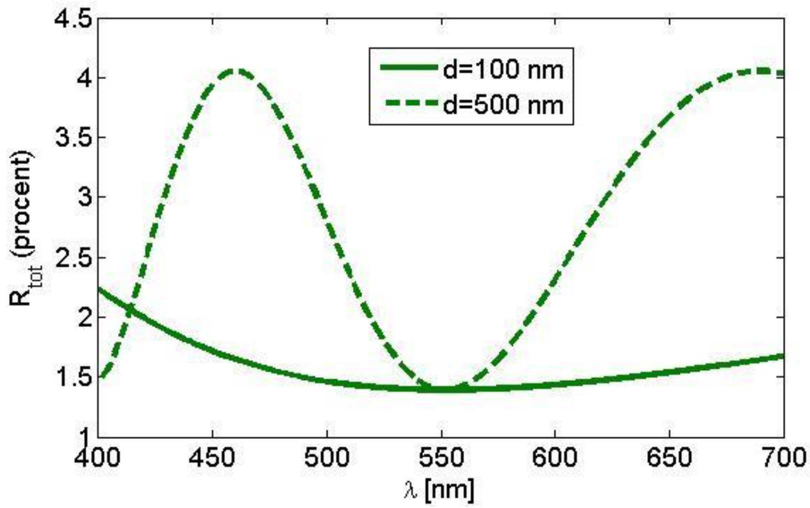
Extra: varför tunnaste skiktet?

T.h. visas reflektansen för två tunna skikt. Båda har $n_f = 1.37$ och $n_g = 1.5$. Skiktet med heldragen linje uppfyller

$$d = \frac{\lambda}{4n_f}$$

för en våglängd på 548 nm. Skiktet med streckad graf uppfyller

$$d = 5 \cdot \frac{\lambda}{4n_f}$$



för samma våglängd. Det tunnaste skiktet fungerar bäst för hela synliga spektrat.

Om infallsvinkeln ändras

Om infallsvinkeln ändras, ändras också viken våglängd skiktet är AR för.

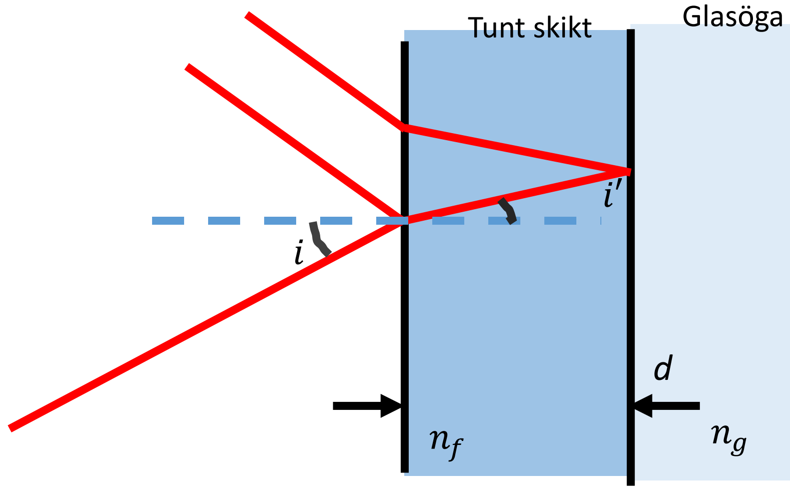
I alla formler vi hittills härlett, ska då

$2n_f d$

ersättas med

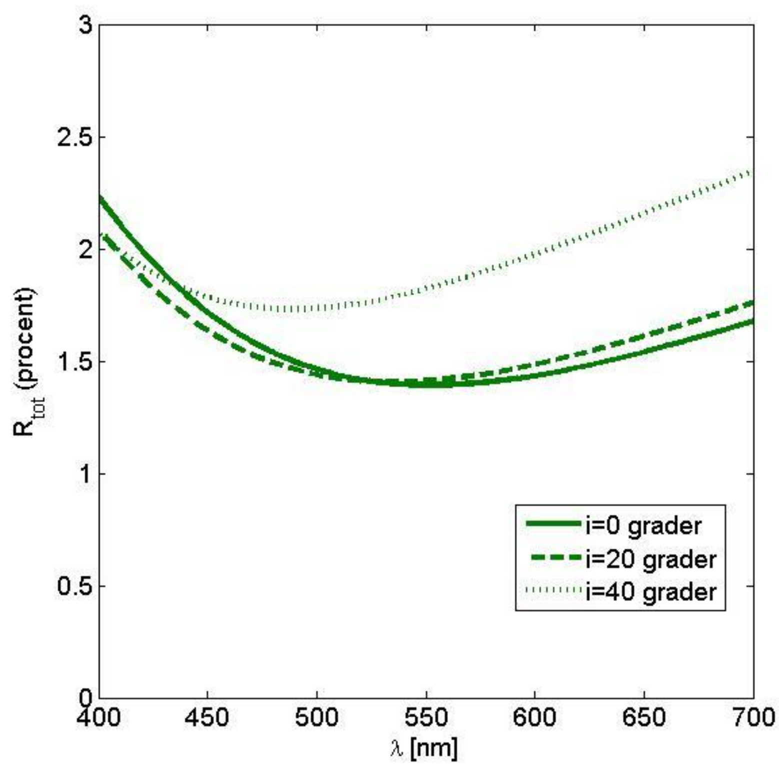
$2n_f d \cos i'$.

På nästa sida finns en härledning av detta samband.

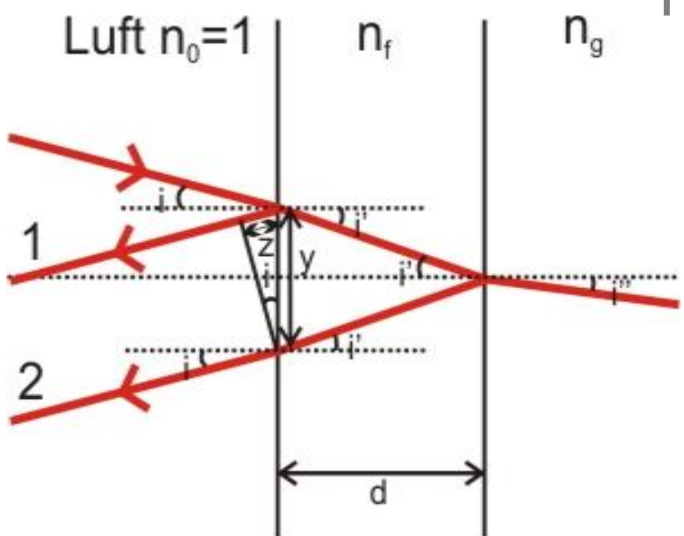


Grafen visar hur reflektansen ändras med infallsvinkeln.

- Skiktet upplevs som ”kortare” än vid vinkelrätt infall (med en faktor cosi’). Då skiftas optimala våglängden mot kortare våglängder.
- Reflektansen i varje skikt ökar med vinkeln. Då tenderar även totala reflaktansen att öka.



Optisk väglängd:



$L_1=z$

$L_2=(x+x)n_f$

Bestäm x och z:

$$x = \frac{d}{\cos i'}$$

$$y = 2x \cdot \sin i' = 2d \cdot \frac{\sin i'}{\cos i'}$$

$$z = y \cdot \sin i = 2d \cdot \frac{\sin i'}{\cos i'} \cdot \sin i = 2dn_f \frac{\sin^2 i'}{\cos i'}$$

Optisk vägskillnad:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 2n_f x - z = 2n_f \frac{d}{\cos i'} - 2dn_f \frac{\sin^2 i'}{\cos i'} =$$

$$= 2dn_f \frac{1 - \sin^2 i'}{\cos i'} = 2dn_f \frac{\cos^2 i'}{\cos i'} = 2dn_f \cos i'$$

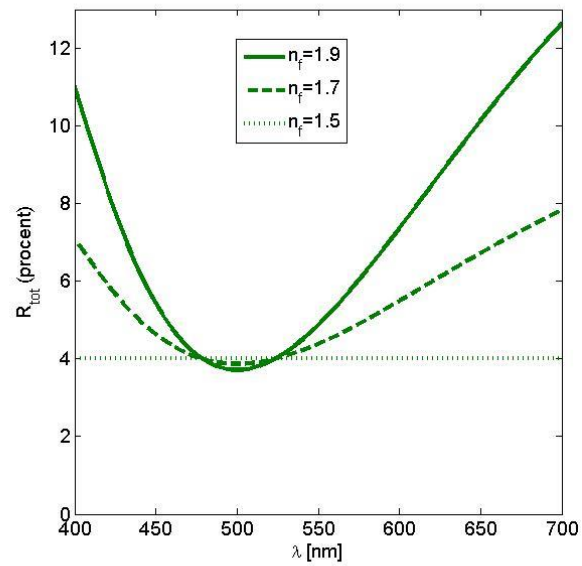
Vilket skulle bevisas!

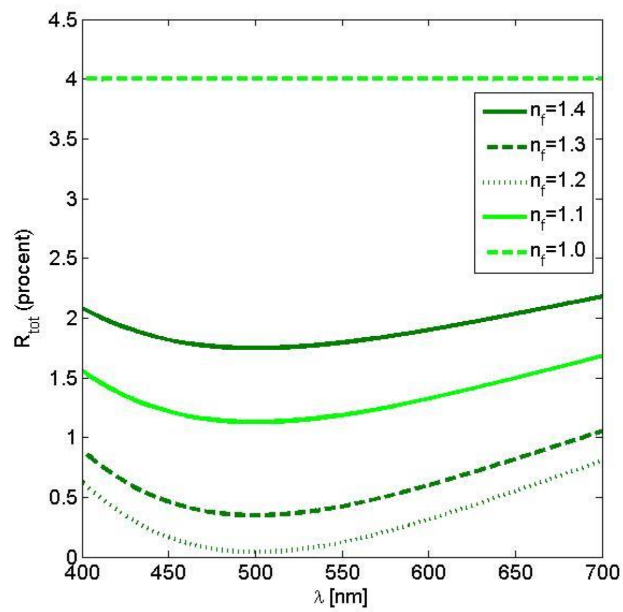
Om materialet ändras

Till höger visas grafer för olika värden på n_f. Alla grafer har $n_g = 1.5$, och för alla grafer har skiktets tjocklek anpassats så att det är antireflex för en våglängd på 500 nm.

Vi ser att om $n_f > n_g$ blir antireflex-skiktet inte så bra. Reflektansen blir inte lägre än den skulle vara utan skikt! Det beror på att reflexen från skiktets första yta blir så stark, att reflexen från skiktets andra yta inte kan släcka ut den.

Däremot om $n_f < n_g$ blir antireflexskiktet bättre. Vi ser att det finns ett optimalt n_f, i detta fall någonstans kring 1.2 .Nästa föreläsning ska vi lista ut varför!





Något om koherens

I princip kan vi **bara se interferens** om:

- De två vågorna kommer från samma källa
- Källan är tillräckligt koherent

Inkoherenta källor

- Oftast många våglängder
- Δφ ändras snabbt
- T.ex. solljus, lampljus
- Oftast utbredd källa
- $I_{tot} = I_1 + I_2$
- Inget interferensmönster

Koherenta källor

- Oftast en våglängd
- Δφ är konstant
- T.ex. laser
- Oftast punktformig källa
- $I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$
- Interferensmönster

Typiska koherenslängder:

- Bra laser: några km
- Vanlig HeNe-laser: några dm
- Kvicksilverlampa: några cm
- Solen: någon mm