

Övning 1 – Dispersion och prismaeffekt

Färg

För att beteckna färger används dessa spektrallinjer:

Blått (F): $\lambda_F = 486.1 \text{ nm}$ (Väte)

Gult (d): $\lambda_d = 587.6 \text{ nm}$ (Helium)

Rött (C): $\lambda_C = 656.3 \text{ nm}$ (Väte)

Brytningsindex

Brytningsindex (n) anger hur mycket ljuset ändrar riktning (bryts) när det kommer från ett material till ett annat. (Det anger också hur mycket ljusets hastighet bromsas.)

Ett och samma material kan ha olika brytningsindex för olika våglängder. Man anger ofta detta med ett index, tex betecknar n_F , n_d och n_C brytningsindex för blått, gult respektive rött ljus. Brytningsindex är högre för kortare våglängder (blått bryts mer än rött.)

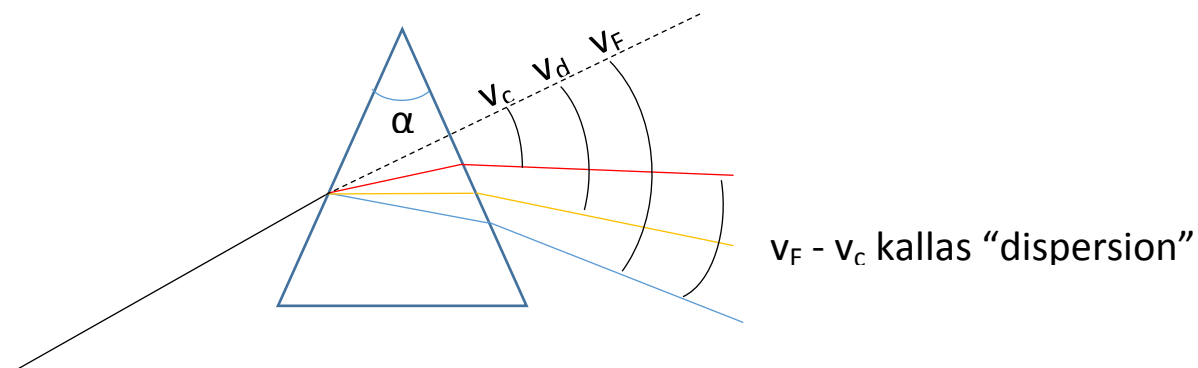
Abbetal

Abbetalet (V_d) är ett mått på kromatisk aberration, d.v.s. skillnaden i brytning för olika våglängder.

$$V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (\text{Högt Abbetalet} \rightarrow \text{Liten kromatisk aberration!})$$

Tunt prisma

I ett tunt prisma ges deviationsvinkeln av: $v = (n - 1)\alpha$



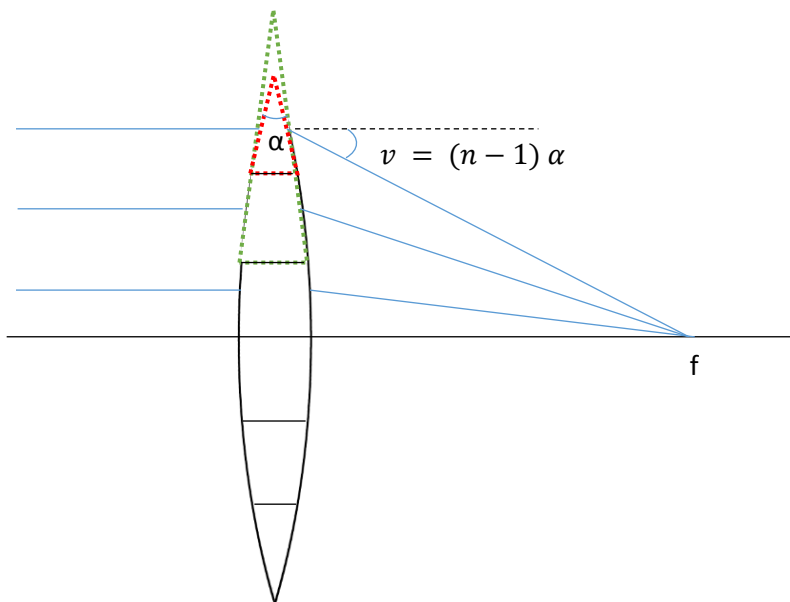
Abbetalet kan också beskrivas med deviationsvinklarna:

$$V_d = \frac{v_d}{v_F - v_c} \quad (\text{Om skillnaden mellan blått och rött är stor, blir } V_d \text{ litet.})$$

Prismaeffekt

En tunn lins kan ses som ett antal prismor ovanpå varandra med olika toppvinkel.

Ju högre upp strålen kommer på linsen, desto mer bryts den (större toppvinkel).



Linsmakarformeln

Styrkan för en tunn lins ges av:

$$F = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

1.) För att beteckna färger (blått, gult och rött) används dessa spektrallinjer:

$$\lambda_F = 486.1 \text{ nm}, \lambda_d = 587.7 \text{ nm}, \lambda_c = 656.3 \text{ nm}$$

Kronglas BK7 har olika brytningsindex för de olika färgerna:

$$n_F = 1.523, n_d = 1.517, n_c = 1.514$$

Krökningsradierna för en tunn lens gjord av detta glas är +50 mm och +80 mm. Hitta styrka och fokallängd för varje färg.

Givet: Brytningsindex, n_F, n_d, n_c

Bild: Menisklins

Sökt: Styrkor och fokallängder, $F_F, F_d, F_c, f_F, f_d, f_c$

$$\text{För en tunn lens ges styrkan av: } F = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

För blått (F) får vi styrkan:

$$F_F = (n_F - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (1.523 - 1) \left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.08} \right) = 3.923 \text{ D}$$

$$f_F = \frac{1}{F_F} = 25.49 \text{ cm}$$

För gult (d) får vi styrkan:

$$F_d = (n_d - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 3.878 \text{ D}$$

$$f_d = \frac{1}{F_d} = 25.79 \text{ cm}$$

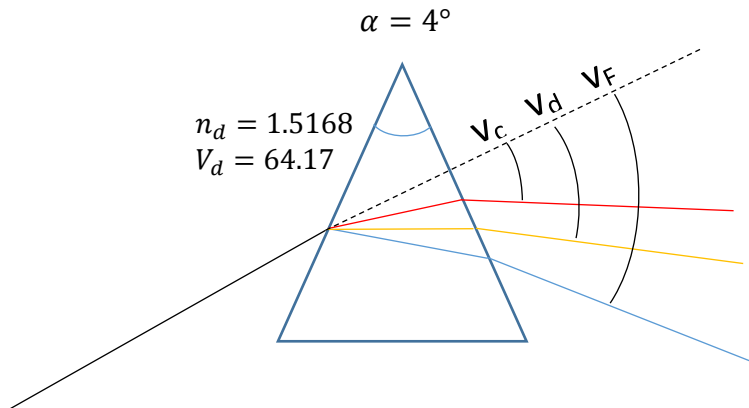
För rött (c) får vi styrkan:

$$F_c = (n_c - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 3.855 \text{ D}$$

$$f_c = \frac{1}{F_c} = 25.94 \text{ cm}$$



2.) Parallellt vitt ljus träffar ett prisma som har toppvinkeln $\alpha = 4.0^\circ$ och är tillverkat av ett glas med brytningsindex $n_d = 1.5168$ och Abbetal $V_d = 64.17$. Vilken vinkel får man mellan blått och rött ljus efter brytning i prismet?



Givet: Prisma med toppvinkel $\alpha = 4.0^\circ$, brytningsindex $n_d = 1.5168$ och Abbetal $V_d = 64.17$

Sökt: Vinkel mellan blått och rött ljus, $v_F - v_C$

Abbetalet är ett mått på kromatisk aberration. Ett högt Abbetal ger liten skillnad i brytning mellan blått och rött ljus.

$$V_d = \frac{v_d}{v_F - v_C} \quad v_F - v_C = \frac{v_d}{V_d}$$

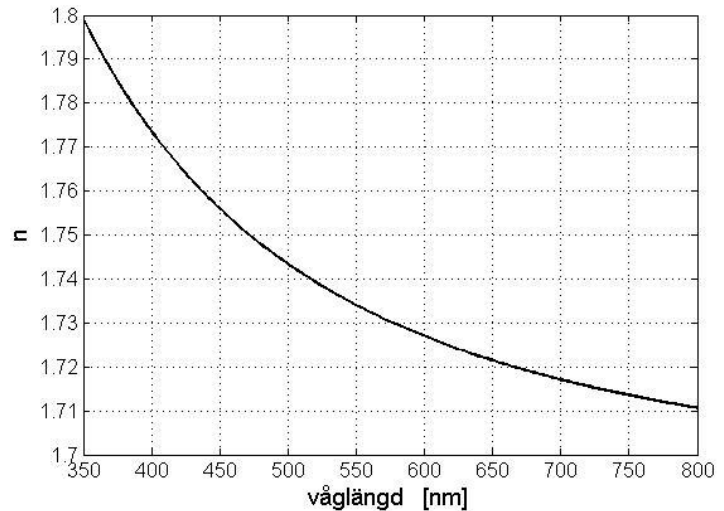
Vi känner redan till Abbetalet $V_d = 64.17$, men behöver räkna ut v_d .

$$v_d = (n_d - 1)\alpha = (1.5168 - 1) \cdot 4^\circ = 2.1^\circ$$

Nu kan vi hitta svaret!

$$v_F - v_C = \frac{v_d}{V_d} = \frac{2.1^\circ}{64.17} = 0.033^\circ$$

4.) En tunn plankonvex lins, med krökningsradie 50.0 mm på den första ytan, är gjord av glas SF10. Glasets brytningsindex enligt figuren till höger. Bestäm glasets Abbe-tal, samt linsens fokallängd för rött, grönt, och blått ljus.



Givet: Krökningsradie, $r_1 = 50$ mm

Brytningsindex, $n(\lambda)$ enligt figuren

Sökt: Abbetalet, V_d

Fokallängderna för rött, grönt/gult och blått ljus, f_C , f_d , f_F

Abbetalet

Abbetalet beräknas med $V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$

De brytningsindex vi behöver kan läsas av i figuren: $n_d = 1.728$, $n_F = 1.744$ och $n_C = 1.719$.

Det uträknade abbetalet blir då $V_d = \frac{1.728 - 1}{1.744 - 1.719} \approx 29$

Fokallängderna

Fokallängderna får vi från styrkorna, $f = \frac{1}{F}$, som i sin tur beräknas med $F = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

Den första krökningradien är given, $r_1 = 50$ mm. Eftersom den andra ytan är plan (plankonvex lins) vet vi att dess krökningradie är oändlig, dvs $\frac{1}{r_2} \rightarrow 0$.

Sätter vi in brytningsindex för varje färg får vi följande styrkor och fokallängder

$F_C = 14.4$ D eller $f_C = 69.5$ mm.

$F_d = 14.6$ D eller $f_d = 68.7$ mm.

$F_F = 14.9$ D eller $f_F = 67.2$ mm.

5.) Ett prisma med toppvinkel 7.00° ger deviationsvinkeln 3.657° för våglängd 486.14 nm, 3.620° för 587.56 nm, och 3.600° för 656.27 nm. Vilket glas är prismet gjort av? Alternativ finns i tabellen nedan.

Material	PK50	BK3	BK6	BK7	BK10	F1	SF6	K3
n_d	1.52	1.50	1.53	1.52	1.50	1.62	1.81	1.52
V_d	70	65	62	64	67	36	25	59

Givet: Prisma med topvinkel $\alpha = 7.00^\circ$

Deviationsvinklar, $v_F = 3.657^\circ$, $v_d = 3.620^\circ$, $v_C = 3.600^\circ$

Sökt: Vilket material från tabellen?

Beräkna brytningsindex

Formeln för ett tunt prisma säger att $v = (n - 1)\alpha$ vilket vi skriver om till $n = \frac{v}{\alpha} + 1$

Brytningsindex för de tre olika färgerna blir då $n_F = 1.522$, $n_d = 1.517$, och $n_C = 1.514$.

Från $n_d = 1.517$ ser vi direkt i tabellen att materialet måste vara antingen PK50, BK7 eller K3. De tre materialen skiljer sig bara i Abbetalet.

Beräkna Abbetalet

$$V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} = \frac{1.517 - 1}{1.522 - 1.514} = 64$$

Jämför vi med Abbetalen i tabellen ser vi att materialet måste vara BK7.