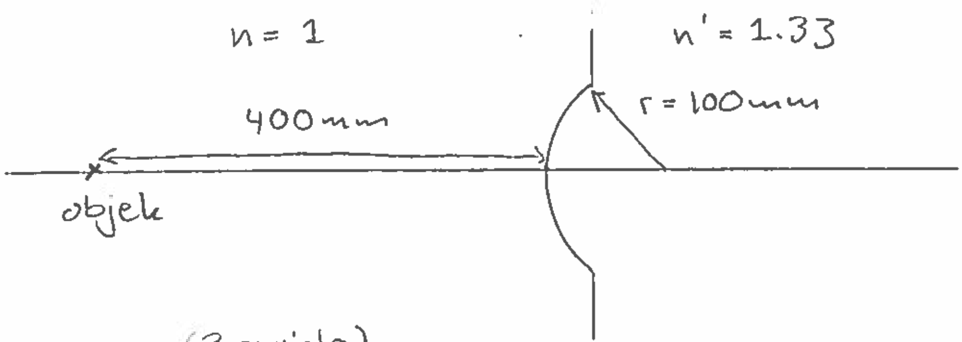
1 || Objekt i luft $l = -400$ mm innan sfärisk gränsyta $r = 100$ mm, efter vatten. Var hamnar bilden?



Lösning (Paraxiala) Avbildningsformeln: $L' = L + F$ där

$$L' = \frac{n'}{l'}, \quad L = \frac{n}{l}, \quad F = \frac{n'-n}{r}$$

Det som söks här är bildavståndet $l' = ?$

i) Först räkna ut $L = \frac{n}{l} = \frac{1}{-0.4}\,D = -2.5\,D$

ii) Sfäriska gränsytans styrka $F = \frac{n'-n}{r} = \frac{1.33-1}{0.1}\,D = 3.3\,D$

Stoppa in detta i avbildningsformeln.

$$L' = L + F = -2.5\,D + 3.3\,D = 0.8\,D \Longrightarrow$$

$$L' = 0.8\,D \Rightarrow$$

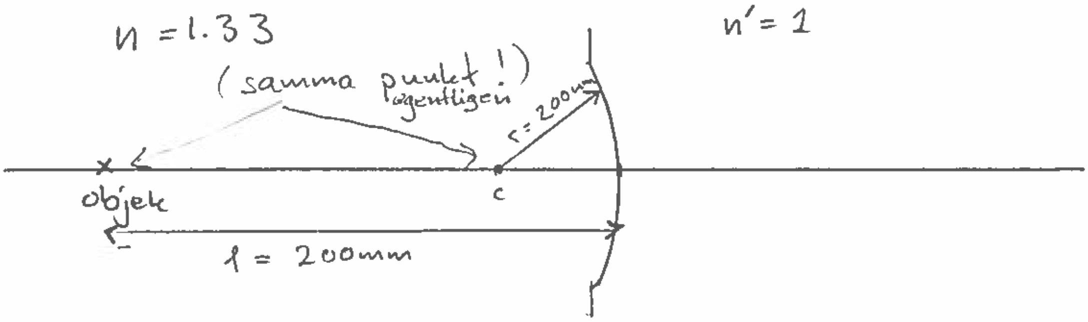
$$\frac{n'}{l'} = 0.8\,D$$

$$\frac{1.33}{l'} = 0.8\,D \Longleftrightarrow$$

$$l' = \frac{1.33}{0.8}\,m = \underline{1.66\,m} \quad (= 1663\,mm)$$

Svar: bilden (reell) hamnar 1.66 m efter sfäriska gränsytan

2 Objekt i vatten, 200 mm, innan sfärisk gränsyta $r = -200$ mm
Efter luft. Var hamnar bilden?



Lösning: (Paraxiala) avbildningsformeln $L' = L + F$

$$L' = \frac{n'}{l'} = \frac{1}{l'} \quad , \quad L = \frac{n}{l} = \frac{1.33}{-0.2} D = -6.65 D$$

$$F = \frac{n' - n}{r} = \frac{1 - 1.33}{-0.2} D = 1.65 D$$

$$L' = L + F = -6.65 D + 1.65 D = -5 D \Rightarrow$$

$$L' = \frac{1}{l'} = -5 D$$

$$l' = \frac{1}{-8.3} = -0.2 m$$

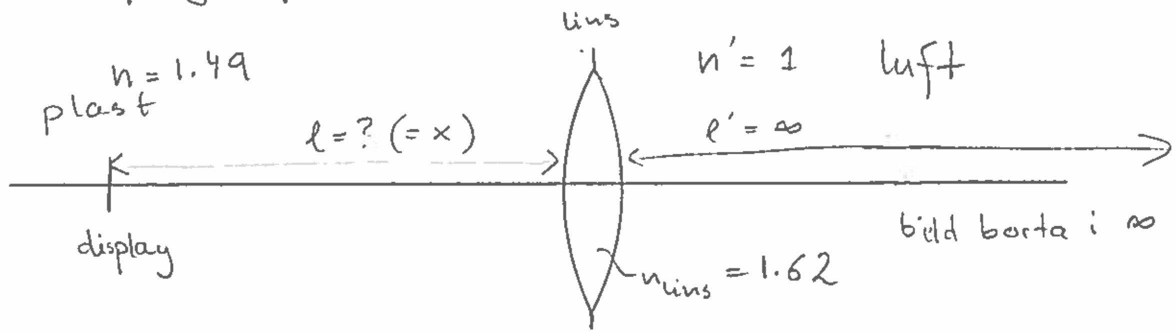
Svar: bilden (virituell) hamnar 0.2 m före sfäriska gränsytan.

3 || Tunn ekvikonvex lins limmas mot plast $n = 1.49$

↳ [() samma r på båda sidor]

Fokal längd i luft för lins $f' = 10$ mm och $n_{lins} = 1.62$.

Display inne i plasten framför lins. Vilket avstånd x ska displayen placeras så att bilden hamnar i ∞?



Lösning: (Paraxiala) avbildningsformeln (igen!) $L' = L + F$

där $L' = \frac{n'}{\ell'} = \frac{1}{\infty} = 0$, $L = \frac{n}{\ell} = \frac{1.49}{\ell}$

i detta fallet kallas objekt avståndet x så att $\ell = x$

vilket ger

$$L = \frac{1.49}{x}.$$

(*) Tunn lins styrka ges av $F = \frac{(n_{lins} - n)}{r_1} + \frac{(n' - n_{lins})}{r_2} = \frac{1.62 - 1.49}{r_1} + \frac{1 - 1.62}{r_2}$

$= \frac{0.13}{r_1} - \frac{0.62}{r_2}$ Vad är r_1 & r_2?

Bikonvex lins betyder att $r_1 = -r_2 = r$

Fokal längden i luft ger att $F_{luft} = \frac{1}{f'} = \frac{(n_{lins} - n_{luft})}{r} - \frac{(n_{luft} - n_{lins})}{r} \Rightarrow$

$$\frac{1}{0.01\text{m}} = \frac{1.62 - 1 - (1 - 1.62)}{r} = \frac{1.24}{r} \iff r = 1.24 \cdot 0.01\text{ m} = 12.4\text{mm}$$

Styrkan för den limmade linsen blir då enl. (*)

$$F = \frac{0.13}{0.0124\text{m}} + \frac{0.62}{0.0124\text{m}} = 60.5\text{D}$$

Insättning i (paraxiala) avbildningsformeln ger

$$0 = \frac{1.49}{x} + 60.5\text{D} \iff x = \frac{-1.49}{60.6}\text{ m} = -24.6\text{ mm}$$

Svar: displayen ska placeras på avståndet $x = 24.6$ mm före linsen

4) Vilken vinkelförstoring (M) ger glaskula med radie r=. och n=1.5 om den används som lupp? Hur långt från glas ska objektet placeras?

Lösning: Vinkelförstoring för lupp ges av formeln

$$M = \frac{F}{4}$$

så glaskulans styrka F måste bestämmas! Glaskula tjock och rund → kan inte ses som tunn lins! Så måste räkna med huvudplan. Vinkelförstoringen blir då $M = \frac{F_E}{4}$ (effektiv främre)

Främre styrka för glaskulan

$$F_1 = \frac{n_{kula}-1}{r} = \frac{1.5-1}{0.002} = \frac{0.5}{0.002} = 250\,D$$

Bakre styrka för glaskula

$$F_2 = \frac{1-n_{kula}}{r} = \frac{1-0.5}{-0.002} = 250\,D$$

Främre snittstyrka

$$F_v = \frac{F_1 + F_2 - \left(\frac{d}{n_{kula}}\right)F_1 F_2}{1-\left(\frac{d}{n_{kula}}\right)F_2}$$ där d är kulans tjocklek/diameter

Insättning av värden ger

$$F_v = \frac{250+250-\left(\frac{0.004}{1.5}\right)250\cdot 250}{1-\frac{0.004}{1.5}250} = \frac{500-166.7}{1-0.67} = 1000\,D$$

Så att främre snittvid blir $f_v = \frac{n_{luft}}{F_v} = \frac{1}{1000} = 1\text{ mm}$.

Främre effektiva styrka ges av

$$F_E = F_1 + F_2 - \left(\frac{d}{n_{kula}}\right)F_1F_2 = 250+250-\left(\frac{0.004}{1.5}\right)250\cdot 250 = 333.3\,D$$

vilket ger vinkelförstoringen $M = \frac{F_E}{4} = \frac{333.3}{4} = 83.3$

- För att bilden ska hamna i ∞ ska objektet placeras i främre fokalpunkten vars avstånd från kulan ges av främre snittvidden $f_v = 1\text{ mm}$

Svar: Vinkelförstoringen för kulan är $M = 83.3$ och objektet ska placeras 1mm framför kulans yta.

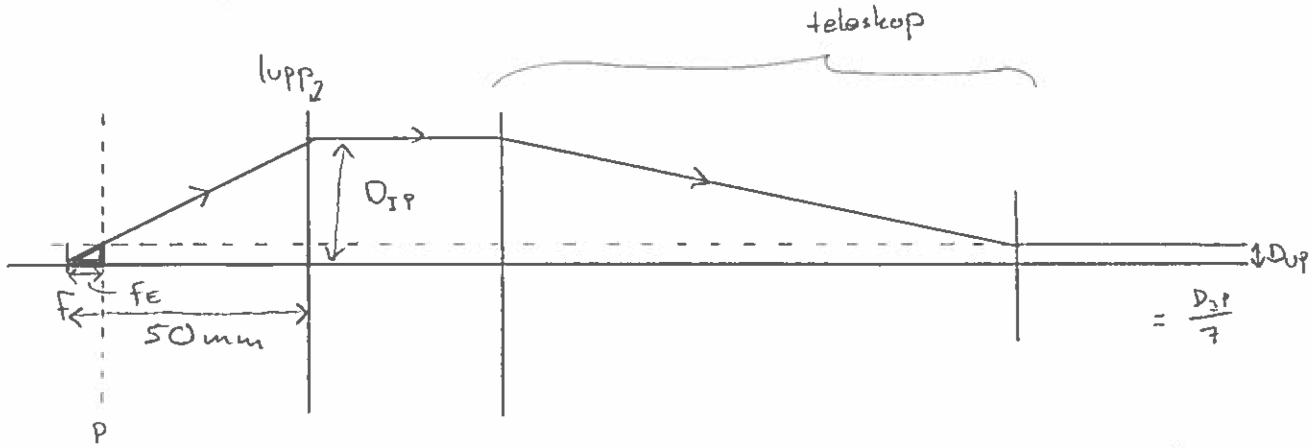
5 Lupp med $M = 5$ggr används tillsammans med teleskop $m = 7$ggr. Vilken fokallängd har luppen? Vilken fokallängd får systemet lupp-teleskop?

Lösning: Vinkelförstoringen för lupp ges av formeln

$$M = \frac{F}{4} \iff F = 4M = 4 \cdot 5 = 20\,D$$

Luppens fokallängd blir då $f = \frac{n_{wft}}{F} = \frac{1}{20} = 50\,mm.$

Rita: Objektet läggs i luppens främre fokalpunkt ($f = 50mm$) så att bilden hamnar i ∞, dvs strålarna ut från luppen är parallella med optiska axeln.
Teleskop är afokalt dvs parallella strålar in i teleskopet är också parallella ut.
Teleskopets förstoring $m = 7$ggr ger att $m = \frac{D_{IP}}{D_{UP}} = 7 \iff D_{IP} = 7D_{UP}$



Främre huvudplan där ingående & utgående stråle skär varandra!
blå och röd triangel likformiga ger att

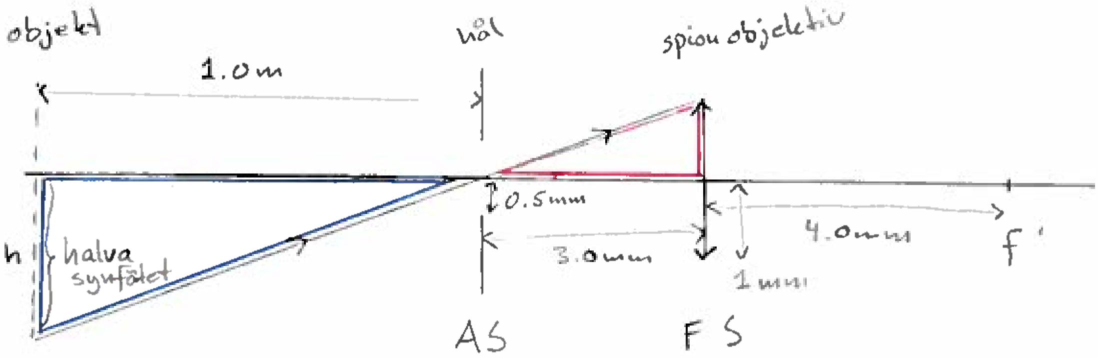
$$\frac{f}{D_{IP}} = \frac{f_E}{D_{UP}} \iff f_E = \underbrace{\frac{D_{UP}}{D_{IP}}}_{=\frac{1}{7}} f = \frac{50\,mm}{7} = 7.14\,mm$$

Bakre fokallängd $= f_E' = -f_E = -7.14\,mm$

Svar: Systemets bakre fokallängd är $-7.14\,mm$

6 Spionkamera med objektiv, $f = 4.0$ mm och diameter $d = 2.0$ mm (tunn lins) Hur stort synfält om objektavstånd $l = 1.0$ m och objektiv är 3.0 mm bakom 1.0 mm stort hål?

Lösning: Rita!



Synfältet fås genom att dra en stråle mitt igenom AS till kanten av FS, som i bilden.

Den röd och blåa triangeln är likformiga. Om h betecknar halva synfältet fås från trianglarnas likformighet: (röd vs bl

$$\frac{h}{1.0\,\text{m}} = \frac{0.001\,\text{m}}{0.003\,\text{m}} \Rightarrow h = 0.33\,\text{m}$$

Hela synfältet är $2 \cdot h = 0.67$ m

Svar: Synfältet blir 0.67 m

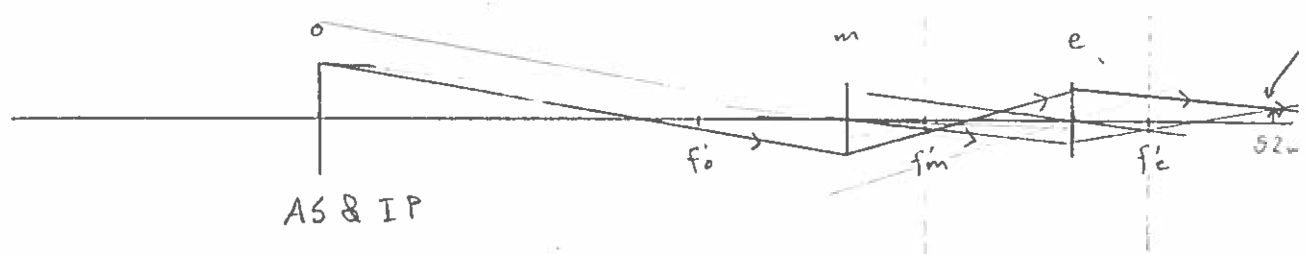
7 Kikarsikte: Objektiv $f_o' = 100mm$. $d_o = 30mm$, mellanlins $f_m' = 20mm$, $d_m = 20mm$, okular, $f_e' = 20mm$, $d_e = 10mm$.

Avstånd mellan objektiv och mellanlins: 140mm

— " — mellanlins och okular: 60 mm.

Hur långt från kikarsiktet bör ögat placeras?

Lösning: Ögat bör placeras i utträdespupillen UP. Därför må alltså UP bestämmas! Börja med att rita:



Objektivet är AS och inträdespupill IP. UP fås genom att avbilda IP genom mellanlinsen och okularet (se ritad figur ovan, enligt Fig

Först bestäm mellanbildens läge:

$$F_m = \frac{1}{f_m} = 50\,D \;,\quad L = \frac{1}{\ell} = \frac{1}{-0.140} = -7.14\,D$$

$$L' = L + F = 50 - 7.14 = 42.86\,D \rightarrow \ell' = \frac{1}{L'} = \frac{1}{42.86} = 0.023m = 23mm$$

Mellanbilden hamnar alltså 23mm efter mellanlinsen. Eftersom avståndet mellan mellanlins och okular är 60mm så hamnar mellanbilden $60 - 23\,mm = 37mm$ före okularet. Mellanbilden blir nu objekt för okularet så att det nya objektavståndet är $-37mm$.

$$L = \frac{1}{-0.037} = -27.3\,D \;,\quad F_e = \frac{1}{0.02} = 50\,D$$

$$L' = L + F_e = -27.3 + 50 = 22.7\,D \rightarrow \ell' = \frac{1}{L'} = \frac{1}{22.7} = 0.044\,m = \underline{44mm.}$$

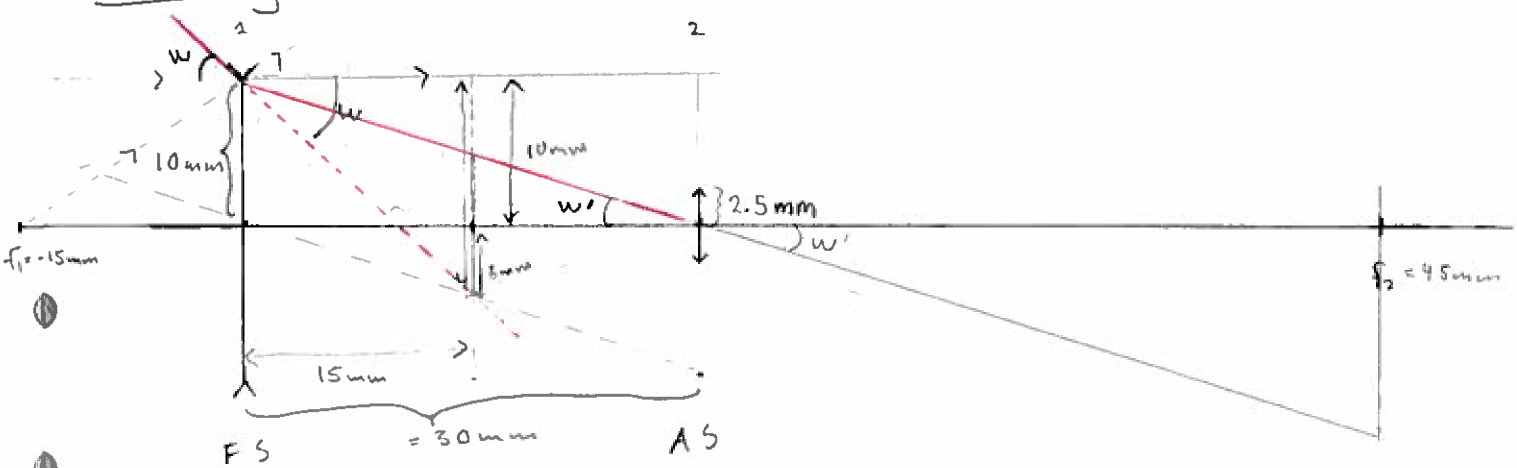
Bilden av IP hamnar alltså 44mm bakom okularet vilket är UP läge där ögat bör placeras.

Svar: Ögat placeras i UP dvs 44mm efter okularet

8 Dörrkikare: två linser, $f_1 = -15\,mm$ (utsida)
$f_2 = 45\,mm$ (insida)

Linserna är 30mm från varandra. Diametrar $D_1 = 20\,mm$, $D_2 = 5\,mm$.
Bestäm synfältsvinkel för avlägset objekt.

Lösning: Rita: (Synfältsvinkel handlar om att hitta AS och FS)



Så lins 2 blir AS och lins 1 blir FS. Synfältet fås genom att dra en stråle mitt igenom AS och till kanten på FS (röd stråle i fig.)
Vinkeln som bildas av röda strålen och optiska axeln är halva synfältsvinkeln.
Enkel trigonometri ger m.h.a figuren att

$$\tan(w) = \frac{15}{15} = 1 \Rightarrow w = \arctan(1) = \frac{\pi}{4} \quad \text{radianer!}$$

Omvandla till grader (multiplicera med 180 och dela med π)

$$w = \frac{180 \cdot \pi/4}{\pi} = 45^\circ$$

Hela synvinkeln blir $2 \cdot w = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$

Svar: Synvinkeln är 90°

9 Plankonvex lins, $n = 1.5$, $d = 80\,mm$, $f = 120\,mm$.

Avlägsen punktkälla avbildas. Centrala delen av linsen övertäck så ljus passerar endast genom ytterkanter. Krökta sidan mot objektet. Lins betraktas som tunn. Var hamnar bilden?

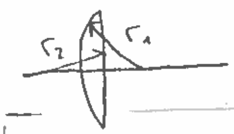
Lösning: Bländartal $\frac{f}{d} = \frac{120\,mm}{80\,mm} = 1.5$. För randstrålar i kant den sfäriska aberrationen som störst. För sfärisk aberration och t linser gäller $\ell' - \ell'_m = \frac{1}{2} y^2 \ell'^2 F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta)$

där ℓ' är paraxialt avstånd, ℓ'_m är där strålen skär optiska axe så att $LA = \ell' - \ell'_m$. y är inkommande strålens höjd på linsen oc F linsens styrka.

Faktorerna X, Y måste bestämmas! Använd följande forml

$$X = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2}, \quad Y = \frac{\ell' + \ell}{\ell' - \ell} = \frac{L + L'}{L - L'}$$

Linsen är vänd med krökta sidan mot objektet



$\Rightarrow r_2 = \infty \Leftrightarrow R_2 = 0$

egentligen onödig berä

Krökningsradie r_1 bestäms m.h.a linsens styrka F:

$$F = \frac{n_{lins} - n_{luft}}{r_1} = \frac{1.5 - 1}{r_1} = \frac{0.5}{r_1} = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.12\,m} = 8.33\,D$$

$$r_1 = \frac{0.5}{8.33\,D} = 0.06\,m = 60\,mm \Rightarrow R_1 = 16.7\,D$$

Stoppa in i formeln för X ger

$$X = \frac{16.7 + 0}{16.7 - 0} = 1$$

För att bestämma Y så inser man att för avlägsen punktkäl så är $L = 0$ och $L' = \frac{1}{f} \Rightarrow$

$Y = -1$.

Strålarna går endast genom ytterkanten på linsen ger $y = \frac{d}{2} =$

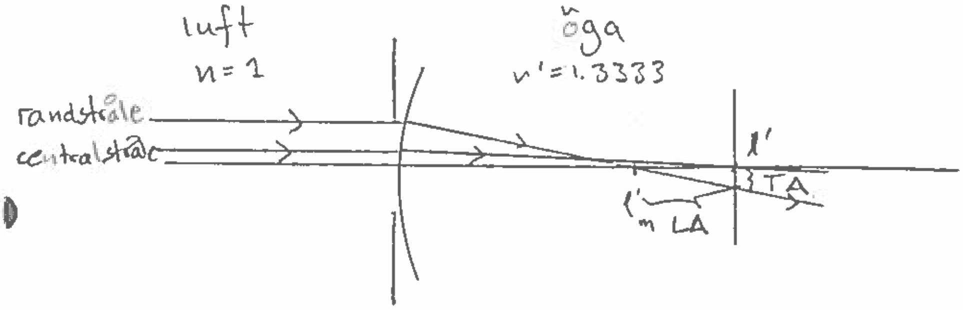
De grekiska bokstäverna räknas antingen ut m.h.a formler el. slås upp i tabell för $n = 1.5$: $\alpha = 2.33$, $\beta = 3.33$, $\gamma = 1.08$, $\delta = 2.2$

$\Rightarrow LA = \frac{1}{2} 0.04^2 \cdot 8.33^2 \cdot 12.5^3 (2.33 - 3.33 + 1.08 + 2.25) = 0.0155 = 15.$

$LA = \ell' - \ell'_m \Leftrightarrow \ell'_m = \ell' - LA = 120\,mm - 15.5\,mm = \underline{104.5\,mm} =$ Svc

10 Normalt öga har ca +0.9 D sfärisk aberration vid 6.0 mm pupill. Antag reducerad ögonmodell & avlägset objekt. Hur stor blir då minsta spridningscirkeln på näthinnan?

Lösning: Randstrålarna är de som påverkas mest av den sfäriska aberrationen, därför antar vi att centrala strålar "upplever" styrkan $F_c = 60D$ och randstrålarna styrkan $F_r = 60.9D$.



För avlägset objekt och försummad aberration gäller för den reducerad ögonmodellen att $l' = 22.22\text{mm}$.

För randstrålarna fås att

$$l'_m = \frac{n'}{F_r} = \frac{1.3333}{60.9} = 0.02189\text{m} = 21.89\text{mm}.$$

Det som söks är transversiella aberrationen på näthinnan.
Från givna formler:

$$TA = \frac{LA \cdot y}{l'} = \frac{(l' - l'_m)y}{l'}$$ där $y = 3.0$ mm är halva pupille diameter. Stoppas siffervärden in fås

$$TA = \frac{(22.22 - 21.89) \cdot 3}{22.22} = 0.045\text{mm} = \underline{45\mu m}$$

Detta är radien för minsta spridningscirkeln vilket betyder att diametern är $\underline{90\mu m}$

Svar: Diametern för minsta spridningscirkeln pga sfärisk aberration är $\underline{\underline{90\mu m}}$

11 || Menisklins med krökningsradierna $r_1 = -33.16$ mm, $r_2 = -20.00$ mm $n_\ell = 1.520$ och diametern $d = 20.00$ mm. Betraktas som tunn. Visa att sfärisk aberration och koma är mycket små för objekt på avståndet $\ell = -33.16$ mm. D

Lösning:

Räkna först ut sfäriska aberrationen:

$$T.A = \frac{LAy}{\ell'} = \frac{1}{2} y^2 \ell' F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta).$$

För att räkna ut konjugatfaktorn Y måste ℓ' bestämmas ty

$Y = \frac{\ell' + \ell}{\ell' - \ell}$, detta görs m.h.a (paraxiala) avbildningsformeln.

$L' = L + F$ där $F = \frac{n_\ell - 1}{r_1} + \frac{(1 - n_\ell)}{r_2} = \frac{1.520 - 1}{-0.03316} + \frac{1 - 1.520}{-0.02} = 10.3185$ D

Vidare är objektavståndet givet så att

$L = \frac{1}{\ell} = \frac{1}{-0.03316} = -30.1568$ D $\Rightarrow$

$L' = -30.1568 + 10.3185$ D $= -19.8383$ D

$\ell' = \frac{1}{L'} = \frac{1}{-19.8383} = -0.05041$ m $= -50.41$ mm stoppa in i uttrycket för Y

* $Y = \frac{\ell' + \ell}{\ell' - \ell} = \frac{-50.41 - 33.16}{-50.41 + 33.16} = \frac{-88.57}{-17.25} = 4.8446$

För formfaktorn X fås att

* $X = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} = \frac{-20 - 33.16}{-20 + 33.16} = \frac{-53.16}{13.16} = -4.0395$

Nu återstår att bestämma de grekiska bokstäverna:

$\alpha = \frac{n+2}{4n(n-1)^2} = \frac{1.52 + 2}{4 \cdot 1.52 (1.52 - 1)^2} = 2.1411$, $\beta = \frac{n+1}{n(n-1)} = \frac{1.52 + 1}{1.52(1.52 - 1)} = 3.1883$

$\gamma = \frac{3n+2}{4n} = \frac{3 \cdot 1.52 + 2}{4 \cdot 1.52} = 1.0789$, $\delta = \frac{n^2}{4(n-1)^2} = \frac{1.52^2}{4(1.52-1)^2} = 2.1361$

$\varepsilon = \frac{n+1}{2n(n-1)} = \frac{1.52 + 1}{2 \cdot 1.52 (1.52 - 1)} = 1.5941$ $\quad \xi = \frac{2n+1}{2n} = \frac{2 \cdot 1.52 + 1}{2 \cdot 1.52} = 1.3289$

forts på nästa sida!

11 forts.

Nu när alla parametrar är uträknade stoppas de in i uttrycken för TA_{sf} och TA_{koma}:

$$TA_{sf} = \frac{1}{2}y^3 \ell' F^3 (2.1411 \cdot 4.0395^2 - 3.1883 \cdot 4.0395 \cdot 4.8446 + 1.0789 \cdot 4.8446^2 + 2.1361) =$$

$$= \underline{\underline{4.82 \times 10^{-7}}} \quad \text{där} \quad y = 0.01\,m$$

Nästa är koma:

$$TA = \frac{3}{2} y^2 h' F^2 (\varepsilon X + \xi Y)$$

X, Y är desamma som för sfäriska aberrationen.

Grekiska bokstäverna:

$$\varepsilon = \frac{n+1}{2n(n-1)} = \frac{1.52+1}{2 \cdot 1.52(1.52-1)} = 1.5941$$

$$\xi = \frac{2n+1}{2n} = \frac{2 \cdot 1.52 + 1}{2 \cdot 1.52} = 1.3289$$

Om bara parentesen $(\varepsilon X + \xi Y)$ är liten så är hela koman liten:

$$\varepsilon X + \xi Y = 1.5941 \cdot (-4.0395) + 1.3289 \cdot 4.8446 = \underline{\underline{-4.82 \times 10^{-4}}}$$

Svar: Både sfärisk aberation & koma är mycket små

12 || Vilket objektavstånd, ℓ, för att avbildning i ekvikonvex $\{()$; $F = +10D$ (tunn), ska vara fri från koma?

<u>Lösning:</u> Formeln för koma är

$TA_L = 3TA_S = \frac{3}{2}y^2h'F^2(\varepsilon X + \xi Y)$. För att avbildningen ska v

komafri måste hela parentesen bli noll dvs $\varepsilon X + \xi Y = 0$

Eftersom linsen är ekvikonvex så vet vi att

$$r_1 = -r_2 \quad \text{det ger att} \quad X = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} = \frac{\overbrace{r_2 - r_2}^{=0}}{r_2 + r_2} = 0.$$

Detta ger att $\varepsilon X + \xi Y = \varepsilon \cdot 0 + \xi Y = \xi Y$.

Alltså måste $Y = 0$ för att hela parentesen ska bli noll!

Uttrycket för Y är $Y = \frac{L + L'}{L - L'}$.

Här kan (paraxiala) avbildningsformeln användas!

$$L' = L + F = L + 10.$$

Eftersom det är objektavståndet $\ell = \frac{1}{L}$ som söks så stop,

$L' = L + 10$ in i formeln för Y, som ju ska vara noll:

$$Y = \frac{L + \overbrace{(L+10)}^{=L'}}{L - \underbrace{(L+10)}_{=L'}} = \frac{2L + 10}{-10} = 0 \Leftrightarrow 2L + 10 = 0$$

$$\Rightarrow L = -5 \Rightarrow \ell = \frac{1}{L} = \frac{-1}{5} = \underline{\underline{-0.2\,m}}$$

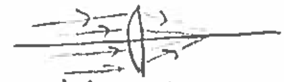
<u>Svar:</u> Om objektet placeras <u>0.2 m</u> framför linsen blir avbildningen komafri.

<u>Obs:</u> Bildavståndet blir $+0.2\,m$ så detta är en 1:1 avbildning vilket betyder att förstoringen är 1ggr, dvs ingen förstoring a

13 Öga med 6mm pupill (oackommoderat). Perifera strålar har ca 1D högre styrka än centrala strålar. Beräkna motsvarande skillnad för planokonvex lins med $F = 60D$, $n = 1.5$ (tunn) som avbildar avlägset objekt.

<u>Lösning:</u> Här är det sfärisk aberation som avses. Uttrycket ges av

$$LA = \ell' - \ell'_m = \frac{1}{2} y^2 \ell'^2 F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta).$$

Linsen är planokonvex och om den är rättvänd, i detta fallet med buktiga ytan mot objektet så här:  , så fås att $R_2 = 0$. Detta ger för formfaktorn X att

$$X = \frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2} = \frac{R_1 + 0}{R_1 - 0} = \frac{R_1}{R_1} = 1$$

Eftersom objektet är avlägset så blir $L = 0$, detta ger för konjugatfaktorn Y att

$$Y = \frac{L + L'}{L - L'} = \frac{0 + L'}{0 - L'} = \frac{L'}{-L'} = -1$$

De grekiska bokstäverna fås ur tabell för $n = 1.5$:

$$\alpha = 2.33, \quad \beta = 3.33, \quad \gamma = 1.08, \quad \delta = 2.25.$$

Vidare är det givet ur frågan att $y = 3mm$ (halva pupillen) för randstrålar, $F = 10D$ och $\ell' = \frac{1}{F} = \frac{1}{60} = 16.67mm$ eftersom objektet är avlägset.

Stoppa in alla värden för LA ger

$$LA = \frac{1}{2} \cdot 0.003^2 \cdot 0.01667^2 \cdot 10^3 (2.33 - 3.33 + 1.08 + 2.25) = 0.00063m = 0.63mm$$

Avlägset objekt betyder att $LA = \ell' - \ell'_m = f' - f'_m \Leftrightarrow \underline{f'_m = f' - LA}$

Randstrålarnas fokallängd blir alltså $f'_m = 16.67 - 0.63\,mm = 16.04mm.$

Brytningskraften för randstrålar: $F_m = \frac{1}{f'_m} = \frac{1}{0.01604} = 62.34D$

Skillnaden i brytningskraft för randstrålar och centrala strålar blir $\underline{\underline{F_m - F_c = 62.34D - 60D = 2.34D}}$ = svar

14

Laserstråle ($\lambda = 633$ nm) bildar punkt som avbildas m.h.a tunn lins $F = +10$ D, $n = 1.52$. Objektavstånd $\ell = -1$ m. Bilden får vara suddig men dess form får inte ändras med läget i bildplanet.
Vilken formfaktor bör linsen ha?

Lösning: Eftersom bilden får ha en viss suddighet och sfärisk aberration inte påverkas av objektets läge över optiska axeln behöver bara koma betraktas. (Kromatisk aberration oviktig då ljuset är monokromatisk.)
Formeln för koma:

$$TA_c = \frac{3}{2} y^2 h' F^2 (\varepsilon X + \xi Y),$$ detta är noll om $\varepsilon X + \xi Y = 0$.

Konjugatfaktorn Y beräknas enkelt m.h.a avbildningsformeln

$$L' = L + F \quad , \quad L = \frac{1}{\ell} = \frac{1}{-1} = -1 \text{ D} \Rightarrow$$

$$L' = -1 + 10 = 9 \text{ D}$$

Y blir då:

$$Y = \frac{L + L'}{L - L'} = \frac{-1+9}{-1-9} = \frac{8}{-10} = \underline{-0.8}$$

De grekiska bokstäverna fås ur givna formler med $n = 1.52$

$$\varepsilon = \frac{n+1}{2n(n-1)} = \frac{1.52+1}{2 \cdot 1.52(1.52-1)} = \underline{1.59}$$

$$\xi = \frac{2n+1}{2n} = \frac{2 \cdot 1.52 + 1}{2 \cdot 1.52} = \underline{1.33}$$

För att koman ska bli noll fås för värdena på Y, ε och ξ att

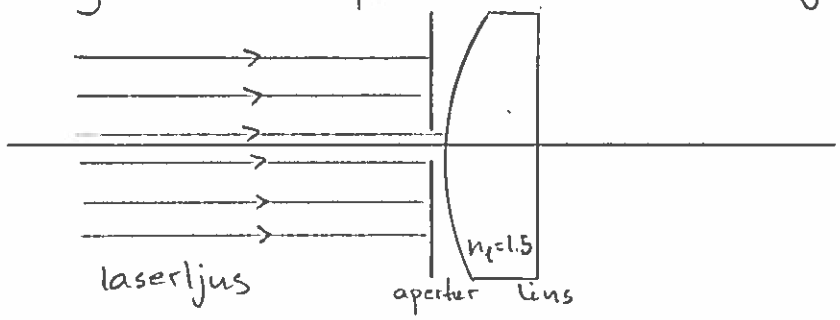
$$\varepsilon X + \xi Y = 1.59 X + 1.33 \cdot (-0.8) = 1.59 X - 1.06 = 0$$

$$\Rightarrow X = \frac{1.06}{1.59} = \underline{\underline{0.67}}$$

Svar: om formfaktorn $\underline{\underline{X = 0.67}}$ så är koman noll.

15 || Parallellt laserljus faller in mot planokonvex lins med liten apertur precis framför linsen. Hur mycket flyttas bilden om aperturen flyttas från ena kanten till den andra?
Data för lins: $f = 100\,\text{mm}$, $d = 40\,\text{mm}$, $n_\ell = 1.5$.

Lösning: Här det sfärisk aberration som gäller!



Den transversella sfäriska aberrationen ges av

$$TA \approx \frac{1}{2} y^3 \ell' F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta).$$

Först bestäms formfaktorerna X och Y:

$$X = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2}.$$

För planokonvex lins vänd som figuren visar är $R_2 = 0$ så att

$$X = \frac{R_1 + 0}{R_1 - 0} = \frac{R_1}{R_1} = \underline{1}$$

Sen $Y = \dfrac{L + L'}{L - L'}$. För parallellt infallande ljus är $L = 0$

och $L' = \dfrac{1}{\ell'} = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0.1} = 10 \Rightarrow$

$$Y = \frac{0 + 10}{0 - 10} = \frac{10}{-10} = \underline{\underline{-1}}$$

Sträckan som y rör sig från optiska axeln till kanten är $y = 20\,\text{mm}$.
Parallellt infallande ljus ger $\ell' = f = 100\,\text{mm} = 0.1\,\text{m}$.
Grekiska bokstäver från tabell:
$\alpha = 2.33$, $\beta = 3.33$, $\gamma = 1.08$, $\delta = 2.25$
Totala sträckan som bildpunkten rör sig är 2 gånger $TA \Rightarrow$

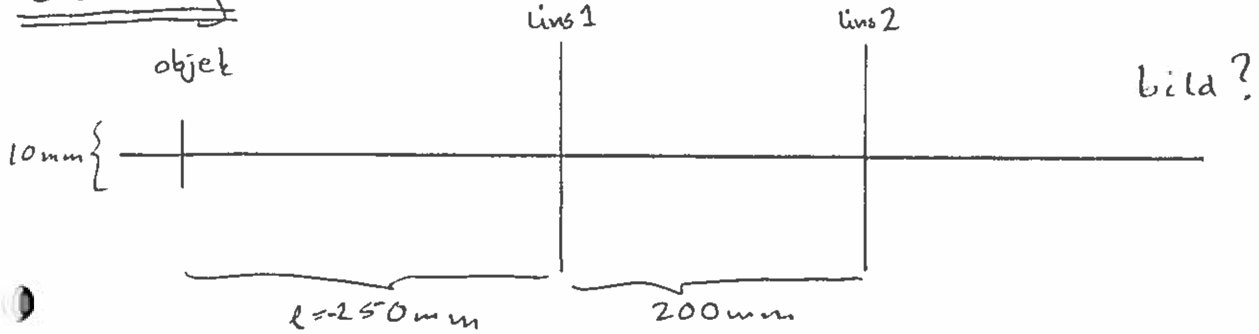
$$2TA = 2 \cdot \frac{1}{2} 0.02^3 \cdot 0.1 \cdot 10^3 (2.33 \cdot 1 + 3.33 \cdot 1 \cdot (-1) + 1.08 \cdot (-1)^2 + 2.25) =$$

$$= 0.0019\,\text{m} = \underline{\underline{1.9\,\text{mm}}} = \text{svar}.$$

16 || Två toriska linser: sf $+5.00D$/Cyl. $-2.25D$ ax $180°$
——— " ——— ax $90°$

Placerade 200mm från varandra. Cirkulärt objekt med $d = 10$mm placeras 250mm framför första linsen.
Var hamnar bilden och hur stor blir den?

Lösning



Här måste varje huvudsnitt räknas var för sig och avbildning görs m.h.a mellanbild. Börja med HS$90°$:

HS$90°$: Första linsen har cylinderstyrkan $-2.25D$ i HS $90°$ så den total styrkan blir $F_1 = 5.00D + (-2.25D) = 2.75D$
Den andra linsen har cylinder styrkan 0 i HS90 så $F_2 = 5.0$

1) Mellanbild m.h.a avbildningsformeln: objektavstånd $\ell = -250$mm $\Rightarrow L = -$

$L_1' = L_1 + F_1 = -4 + 2.75 = -1.25D \Rightarrow \ell_1' = \frac{1}{-1.25} = -0.80$m

Så mellanbilden hamnar 0.8m framför lins 1. Detta blir objekt för lins 2.

2) Slutbild: $\ell_2 = -0.8\text{m} - \underbrace{0.2\text{m}}_{\text{avstånd mellan linserna}} = -1.0\text{m} \Rightarrow L_2 = -1D$.

$L_2' = L_2 + F_2 = -1 + 5 = 4D \Rightarrow \ell_2' = 0.25\text{m} = 250\text{mm}$

Slutbilden hamnar 250mm efter lins 2.

HS$180°$: Lins 1 har cylinderstyrkan noll i HS $180°$ så att $F_1 = 5D$
Lins 2 har cylinderstyrkan -2.25 i HS$180°$ så totala styrkan blir $F_2 = 5 + (-2.25) = 2.75D$.
Exakt samma beräkningar som för HS$90°$ men med $F_1 = 5D$, F_2 ger $\ell_1 = -0.25$m, $\ell_1' = 1.0$m, $\ell_2 = 0.8$m, $\ell_2' = 0.25\text{m} = 25$

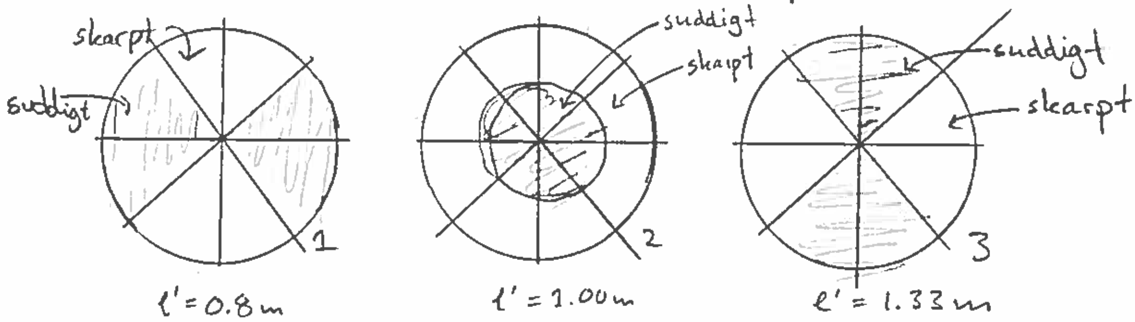
Förstoringen ges av $m = m_1 \cdot m_2 = \frac{\ell_1'}{\ell_1} \cdot \frac{\ell_2'}{\ell_2}$:

HS$90°$ $m_{90} = \frac{\ell_1'}{\ell_1} \cdot \frac{\ell_2'}{\ell_2} = \frac{-0.8}{-0.25} \cdot \frac{0.25}{(-1.0)} = -0.8$ dvs förstoringen är 0.8 i H

HS$180°$ $m_{180} = \frac{\ell_1'}{\ell_1} \cdot \frac{\ell_2'}{\ell_2} = \frac{1.0}{-0.25} \cdot \frac{0.25}{0.8} = -1.25$ så förstoringen är 1.25 i HS18

Svar: bilden hamnar 250mm efter lins 2 och bilden blir elliptisk (12.5mm bred, 0.8mm hö

17 Astigmatisk lins avbildar sektorstjärna på avståndet $l = -1$
Vilken styrka har linsen uttryckt i sfär/cylinder axel.



Lösning: 1) För bild 1 är $L_1' = \frac{1}{l'} = 1.25$ D linjerna är skarpa runt 90° dvs huvudsnittet är HS 180° Om detta tas som den sfäriska styrkan så fås m.h.a avbildningsformeln

$$L'_{180} = F_{180} + L_{180} \to 1.25 = F_{180} - 1 \Rightarrow \underline{F_{180} = 2.25\text{D}}$$

2) För bild 3 är linjerna skarpa i HS 90

$$L'_{90} = \frac{1}{l'} = \frac{1}{1.33} = 0.75\text{D}$$ detta ger styrkan

$$L'_{90} = F_{90} + L_{90} \to 0.75 = F_{90} - 1 \Rightarrow F_{90} = 1.75\text{ D.}$$

Den cylindriska styrkan fås genom

$$F = F_{sf} + F_{cy}$$

$$1.75 = 2.25 + F_{cy} \Leftrightarrow \underline{F_{cy} = -0.5\text{ D}}$$

Svar: sf. 2.25 / Cyl −0.5 ax. 180

18 Okänt glasöga placeras tätt ihop med lins $F_{lins} = +5.00\,D$. Punktobjekt på $\ell = -0.50\,m$ avbildas till vertikalt streck för $\ell' = 0.40\,m$ och ett horisontellt streck för $\ell' = 50\,cm$. Vilken styrka har det okända glasögat?

Lösning: Börja med det vertikala strecket. Detta är huvudsnitt 180°, dvs $\underset{(axel\,90)}{HS\,180°}$. Avbildningsformeln ger för

$\ell_{180} = -0.5\,m \Rightarrow L_{180} = -2\,D$, $\ell'_{180} = 0.40\,m \Rightarrow L'_{180} = 2.5\,D \Rightarrow$

$L'_{180} = L_{180} + F_{180} \Rightarrow 2.5\,D = -2\,D + F_{180} \Rightarrow F_{180} = 4.5\,D$

Glasögats styrka F_G ges av

$$F_{180} = F_{G180} + F_{lins} \Rightarrow 4.5 = F_{G180} + 5 \Rightarrow$$

$$F_{G180} = 4.5 - 5 = -0.5\,D \quad HS180°.$$

Nu det horisontella strecket, HS90°

$$\ell_{90} = -0.5\,m, \quad \ell'_{90} = 0.5\,m \Rightarrow L_{90} = -2D, \; L'_{90} = 2.0\,D$$

$$L'_{90} = L_{90} + F_{90} \Rightarrow 2.0\,D = -2\,D + F_{90} \Leftrightarrow F_{90} = 4.0\,D$$

Glasögats styrka i HS90° blir

$$F_{G90} = F_{90} - F_{lins} = 4.0 - 5.0 = -1.0\,D$$

HS180 blir sfäriska styrkan och cylindriska styrkan blir

$$F_{G90} = F_{SF} + F_{CYL} \Leftrightarrow F_{CYL} = F_{G90} - F_{SF} = -1 - (-0.5) = -1 + 0.5$$

$$= -0.5\,D \quad (HS\,90 \rightarrow axel\,180°)$$

Svar:

Recept $-0.5/-0.5$ axel 180°

19 Horisontella linjer skarpa på $\ell = -0.25$ m och vertikala linjer skarpå på $\ell = -0.20$ m. Vilken lins behövs för att se bra på avstånd?

Lösning: Horisontella linjer skarpa är HS90.

i) Linsen ska lägga bildav av objekt i ∞ så att bilden hamnar på samma avstånd som horisontella li[...] ses skarpt:

Objekt i $\infty \Rightarrow L = 0$

bildavstånd $\ell' = -0.25 \Rightarrow L' = -4D$

$L' = F_{90} + L \Rightarrow -4D = F_{90} + 0$

så att $F_{90} = -4D$

ii) Vertikala linjer skarpa är HS180°.

Objektavstånd samma som ovan: $L = 0$

Bildavstån: $\ell' = -0.20$ m $\Rightarrow L' = -5D$

Abildningsformeln:

$L' = F_{180} + L \Rightarrow -5D = F_{180} + 0$

så att $F_{180} = -5D$

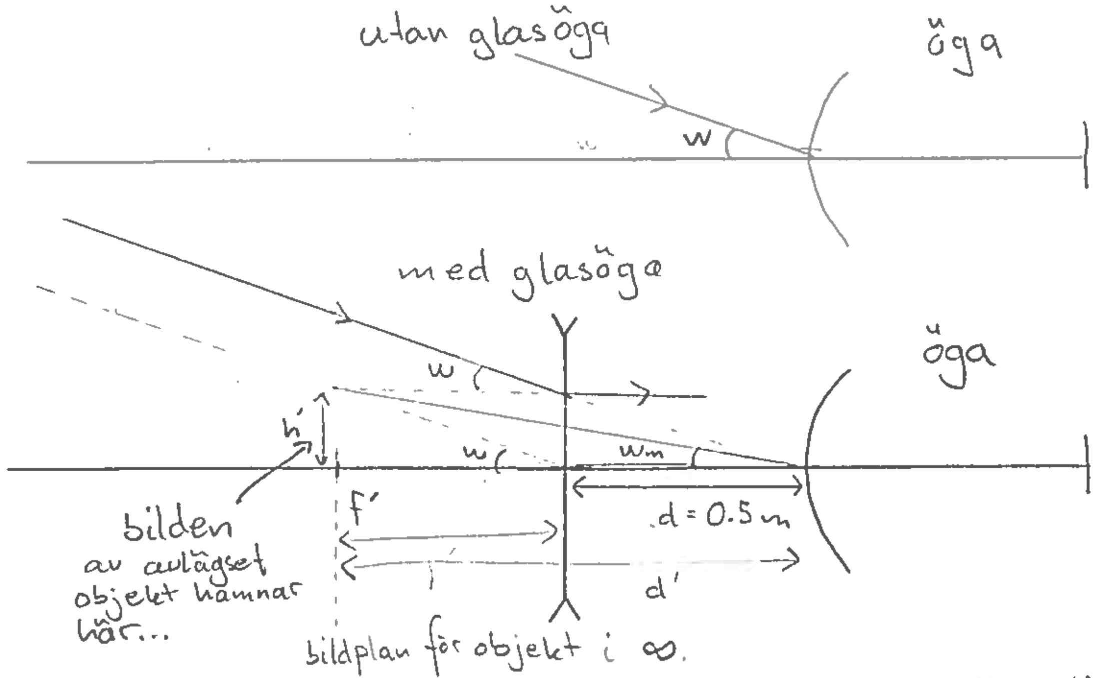
- Ta F_{90} som sfäriska styrkan: $F_{sf} = F_{90} = -4D$ HS.90
- Cylindriska styrkan ges av $F_{cyl} = F_{180} - F_{sf} = -5-(-4) = -1D$ H[...]
- HS180° motsvarar axel 90° så receptet blir $-4/-1$ ax90°

Svar: linsrecept: sfär $-4D$/Cylinder $-1D$ axel 90°

20 Vilka vinkelförstoringar fås för objekt i ∞ som avbildas genom lins Sf.-2D/Cyl.-2D axel180. Glas hålls 50cm från ögat.

Lösning: Vinkelförstoringen ges av $M = \frac{w_m}{w}$

där w_m är vinkeln med glasögon och w är vinkeln utan glas.



Ur figuren fås att avstånd mellan bild och öga är $d-f'$ och $\tan(w_m) = \frac{h'}{d'}$, $\tan(w) = \frac{h'}{f'}$. För små vinklar (i

$\tan(w) \simeq w \Rightarrow w_m = \frac{h'}{d'}$, $w = \frac{h'}{f'}$, stoppa in i uttrycket

för $M = \frac{w_m}{w} = \frac{h'/d'}{h'/f'} = \frac{f'}{d'} = \underline{\frac{f'}{d-f'}} = M \quad (*)$

Nu beräkn M för varje huvudsnitt för sig:

HS90: axel180° $\rightarrow F_{90} = F_{sf} + F_{cyl} = -2 + (-2) = -4\,D \Rightarrow f'_{90} = -0.25\,m$

så $M_{90} = \frac{-0.25}{0.5-(-0.25)} = \frac{-0.25}{0.75} = \frac{-1}{3} = -0.33.$

HS180: $F_{180} = F_{sf} = -2D \Rightarrow f'_{180} = -0.5\,m$

så $M_{180} = \frac{-0.5}{0.5-(-0.5)} = \frac{-0.5}{1} = \underline{-0.5}$

Svar: $\underline{M_{90} = (-)\frac{1}{3} = (-)0.333}$, $\underline{M_{180} = (-)0.5}$

21

Minsta möjliga suddighet på näthinnan $d=10\,\mu m$ vid $D=3.0$ mm pupill. Hur stor får astegmatisme vara?

Lösning: Antag reducerad ögonmodel och objekt i ∞. Det som söks är astigmatism $= L_1' - L_2'$

* Formeln för minsta spridningscirkelns läge:

$$L_c' = \frac{L_1' + L_2'}{2} = F_{öga} = 60\,D$$

(reducerad ögonm och spridningscirke på näthinnan.

$$\Rightarrow \underline{L_1' + L_2' = 120\,D}$$

* Formeln för minsta spridningscirkelns diameter:

$$d = D\,\frac{L_1' - L_2'}{L_1' + L_2'}$$

där $D=3.0$ mm är pupillens dia

Från ovan fås att $L_1' + L_2' = 120\,D$ och vidare är $d = 10\,\mu m = 10^{-5}\,m = 0.00001\,m$ och $D = 0.003\,m$ givet

Det ger,

$$0.00001\,m = 0.003\,m \cdot \frac{L_1' - L_2'}{120\,D} \Leftrightarrow$$

$$L_1' - L_2' = \frac{0.00001\,m \cdot 120\,D}{0.003\,m} = \underline{0.4\,D}$$ = största astigm

Svar: Största astegmatism för $d=10\,\mu m$ och pupill $D=3.0$ mm är $\underline{0.4\,D}$

22 || Tillverka glasöga: sf -3.0/Cyl.-1.25 ax. 18[illegible]
Hur ser glasets baksida ut främre är sfärisk med radie $r_1 = 0.5\,m$? ($n = 1.52$, tun[illegible]

Lösning: Styrkan i HS90° är $F_{90} = F_{sf} + F_{cyl}$ fö[illegible] axeln är 180° $\Rightarrow$ $F_{90} = -3.0 + (-1.25) = -4.25\,D$

Styrkan i HS180° är då $F_{180} = F_{sf} = -3.0\,D$

Framsidans styrka fås av:

$$F_{fram} = \frac{n - n_{luft}}{r_1} = \frac{1.52 - 1}{0.5} = 1.04\,D$$

Baksidans styrka för respektive huvudsnitt blir då:

HS90: $F_{90} = F_{fram} + F_{bak,90} \Leftrightarrow F_{bak90} = F_{90} - F_{fram} = -4.25 - 1.04 = -5.2$[illegible]

HS180: $F_{180} = F_{fram} + F_{bak,180} \Leftrightarrow F_{bak180} = F_{180} - F_{fram} = -3.0 - 1.04 = -4.0$[illegible]

Varje huvudsnitts krökningsradie (baksidan) ges av:

HS90: $F_{bak90} = \frac{n_{luft} - n}{r_{90}} \Leftrightarrow r_{90} = \frac{n_{luft} - n}{F_{bak90}} = \frac{1 - 1.52}{-5.29} = 0.098\,m = 98\,m$[illegible]

HS180: $F_{bak180} = \frac{n_{luft} - n}{r_{180}} \Leftrightarrow r_{180} = \frac{n_{luft} - n}{F_{bak180}} = \frac{1 - 1.52}{-4.04} = 0.129\,m = 129\,m$[illegible]

Svar: Glasögats baksida ska ha krökningsradie

$r_{90} = 98\,mm$ i HS90°

och $r_{180} = 129\,mm$ i HS180°.

23 || Hur stor blir bästa möjlig bild på näthinnan för öga med 2D astigmatism? (avlägset punktobjekt)

Lösning: Om astigmatismen är 2D så innebär det att $L'_H - L'_V = 2D$.

Antag reducerad ögonmodell $F = 60D$ och pupillstorlek $D = 2mm = 0.002m$.

Om objektet är i ∞ så hamnar minsta spridningscirkeln $L'_c = F = 60D$.

Formeln för MSC (minsta spridningscirkel) läge ges av

$$L'_c = \frac{L'_H + L'_V}{2} = 60D \Rightarrow \underline{L'_H + L'_V = 120D}.$$

Formlen för MSC's storlek ges av

$$d = \underset{0.002m}{D} \frac{\overbrace{L'_H - L'_V}^{=2D}}{\underbrace{L_H + L'_V}_{=120D}} = 0.002m \cdot \frac{2D}{120D} = \underline{\underline{33\mu m}}$$

Svar: Med ovanstående antaganden är MSC's minsta storlek $\underline{\underline{d = 33\mu m}}$ för 2D astigmat

24 Avlägsen tegelvägg, glasögon $F_g = -8D$.
Avslappnat öga ser horisontella linjer skarpt.
Glasögon skjuts fram $d = 15$ mm ses vertikal linjer skarpt. Vilket glasöga ska hon ha?

Lösning: Glasögat av bildar väggen i ögats fjärrp
Horisontella linjer är HS180 och vertikal HS90.
Räkna varje huvudsnitt för sig:

HS180°: Avlägset objekt $\Rightarrow L_{180} = 0 \Rightarrow L'_{180} = F_g$
Dvs synfelet är $L'_{180} = -8D$

HS90°: Glasögonen skjuts fram $d = 15$ mm. Det betyder att bilden av väggen hamnar $f'_g - d$ framf ögat där $f'_g = \frac{1}{F_g} = \frac{1}{-8D} = -0.125$ m. Alltså är synfelet $L'_{90} = \frac{1}{f'_g - d} = \frac{1}{-0.125 - 0.015} = \frac{-1}{0.14} = -7.1 D$

Låt den sfäriska styrkan var $F_{sf} = -7.1 D$ HS90°
den cylindriska styrkan blir då: $L'_{180} = F_{sf} + F_{cyl} \Leftrightarrow$
$F_{cyl} = L'_{180} - F_{sf} = -8D - (-7.1)D = -0.9D$ HS180°

så recept blir sf. -7.1/Cyl. -0.9 axel 90°.

Svar: Ett bra glasöga vore $-7.1/-0.9$ ax. 90