

Övning 3 – Fotometri

Rymdvinkel: Ω [sr] $\Omega = 2\pi(1 - \cos(u)) \approx \pi u^2$

$$\Omega = \frac{S}{r^2}$$

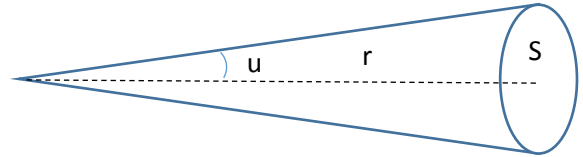
Ljusflöde: Φ_v [lm]

Ljusstyrka: $I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega}$ [cd=lm/sr]

Belysning: $E_v = \frac{\Phi_v}{A_{\text{belyst}}}$ [lx=lm/m²]

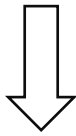
Ljusemissionsförmåga: $M_v = \frac{\Phi_v}{A_{\text{källa}}}$ [lm/m²]

Luminans: $L_v = \frac{\Phi_v}{\Omega A_{\text{källa}}}$ [cd/m²]



Projektion

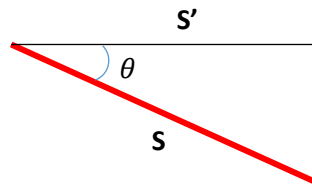
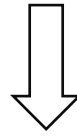
En yta, S, betraktad rakt framifrån



S

$$\frac{S'}{S} = \cos(\theta) \rightarrow S' = S \cos(\theta)$$

Samma yta betraktad snett från sidan.
Ytan ser mindre ut. Projicerad yta är bara S'



Lambertstrålare

En källa som sprider ljus diffust kallas Lambertstrålare. Ex. bioduk, snö, papper.

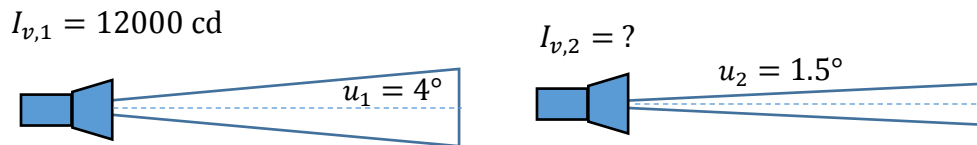
Luminansen är oberoende av betraktningvinkeln θ , ytan ser lika ljus ut från alla vinklar.

$$L_v = \frac{I_v}{S'} = \frac{I_v}{S \cos(\theta)} \quad (\text{Om projicerade arean minskar, minskar ljusstyrkan lika mycket!})$$

12.) En strålkastare ger en ljuskon med 8° toppvinkel. Dess ljusstyrka är då 12000 cd. Man koncentrerar därefter ljuset så att toppvinkeln blir 3° . Vilken blir då ljusstyrkan?

Givet: $u_1 = \frac{8^\circ}{2} = 4^\circ$, $I_{v,1} = 12000$ cd, $u_2 = \frac{3^\circ}{2} = 1.5^\circ$

Sökt: $I_{v,2}$



Metod:

Det totala ljusflödet Φ_v är samma före och efter, eftersom lampans effekt inte ändras.

Totala ljusflödet

Vi tittar på fallet innan ljuset koncentreras. Då är alla värden givna.

Ljusflödet fås ljusstyrkan genom: $I_{v,1} = \frac{\Phi_v}{\Omega_1} \rightarrow \Phi_v = I_{v,1} \Omega_1$

Ljusstyrkan före är given, $I_{v,1} = 12000$ cd

Rymdvinkeln före är: $\Omega_1 = 2\pi(1 - \cos(u_1)) = 0.0153$ sr

Det totala ljusflödet blir: $\Phi_v = I_{v,1} \Omega_1 = 12000$ cd \cdot 0.0153 sr = 183.6 lm

Ljusstyrkan efteråt

Eftersom vi vet det totala ljusflödet och den nya toppvinkeln kan vi beräkna ljusstyrkan efteråt.

$$I_{v,2} = \frac{\Phi_v}{\Omega_2}$$

Rymdvinkeln har minskats och är nu: $\Omega_2 = 2\pi(1 - \cos(u_2)) = 0.00215$ sr

Ljusstyrkan efter blir då

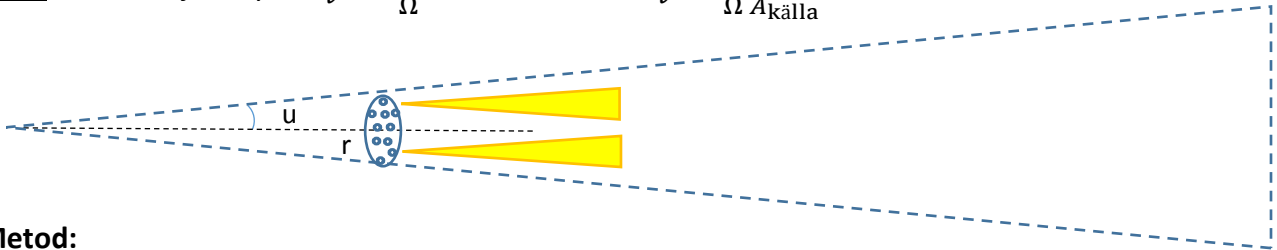
$$I_{v,2} = \frac{\Phi_v}{\Omega_2} = \frac{183.6 \text{ lm}}{0.00215 \text{ sr}} \approx 85\,000 \text{ cd}$$

15.) Nya trafikljus består av en massa små lysdioder tätt packade bredvid varandra i en cirkel, istället för en traditionell glödtrådslampa med glaslin. Sammanlagt finns 170 dioder inom en radie av 7.5 cm. Varje lysdiod ger 0.1 lm i en kon med toppvinkeln 14°. Beräkna trafikljusets luminans och ljusstyrka sett rakt framifrån.

Givet: Alla 170 dioder ger tillsammans ett ljusflöde på $\Phi_v = 170 \cdot 0.1 \text{ lm} = 17 \text{ lm}$

Källan har en radie på $r_{\text{källa}} = 7.5 \text{ cm}$ och en vinkel $u = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$ (se bild)

Sökt: Källans ljusstyrka, $I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega}$, och luminans, $L_v = \frac{\Phi_v}{\Omega A_{\text{källa}}}$.



Metod:

Från definitionerna av ljusstyrka och luminans (se "Sökt") ser vi att det enda som saknas är rymdvinkeln och källarean. Totala ljusflödet var givet från början.

Vi börjar med källarean

$$A = \pi r_{\text{källa}}^2 = \pi \cdot 0.075^2 = 0.018 \text{ m}^2$$

Rymdvinkeln fås av

I bilden ser vi att spridningsvinkeln för alla dioder tillsammans blir densamma som för en ensam diod. Vinkeln u blir därför $u = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(u)) = 0.047 \text{ sr}$$

Nu kan vi räkna ut ljusstyrkan

$$I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega} = \frac{17}{0.047} = 360 \text{ cd}$$

Vi kan även beräkna luminansen

$$L_v = \frac{\Phi_v}{\Omega A_{\text{källa}}} = \frac{17}{0.047 \cdot 0.018} = 20000 \text{ cd/m}^2$$

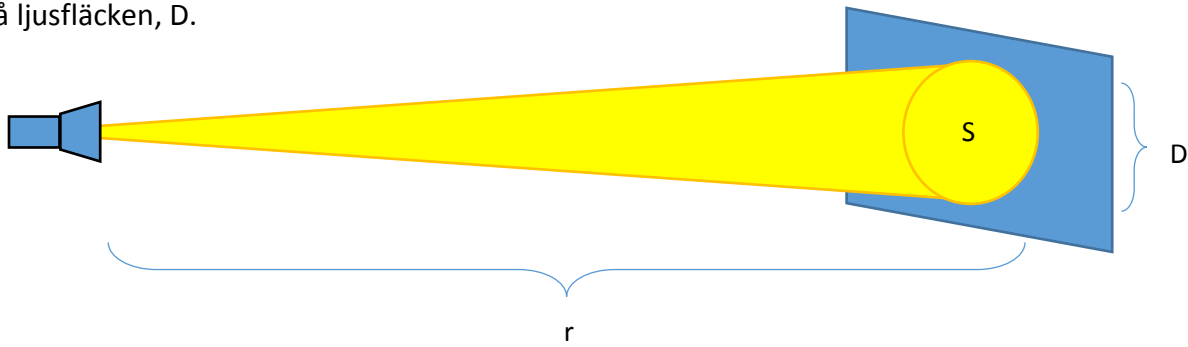
17.) Polisen i Göteborg ska jämföra prestanda på två ficklampor. På den första modellen står det 600 lm och på den andra 10000 cd. Beskriv hur man skall göra för att mäta/räkna om siffran 600 lm till något som kan jämföras med 10000 cd!

Givet: $\Phi_v = 600 \text{ lm}$

Sökt: Ljusstyrkan, $I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega}$ (för att kunna jämföra med 10 000 cd)

Metod:

Vad vi behöver är ett sätt att mäta ficklampans rymdvinkel. Detta kan man t.ex. göra genom att lysa med ficklampan mot en vägg. Då är det lätt att mäta avståndet till väggen, r , och diametern på ljusfläcken, D .



Beräkna rymdvinkeln från mätningen i bilden:

Rymdvinkeln ges av $\Omega = \frac{S}{r^2}$.

Den belysta cirkelns area fås i sin tur genom: $S = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4}$

$$\Omega = \frac{S}{r^2} = \frac{\pi D^2}{4r^2}$$

Nu kan ljusstyrkan beräknas:

$$I_v = \frac{\Phi_v}{\Omega} = \frac{\Phi_v}{\left(\frac{\pi D^2}{4r^2}\right)} = \frac{4r^2 \Phi_v}{\pi D^2}$$

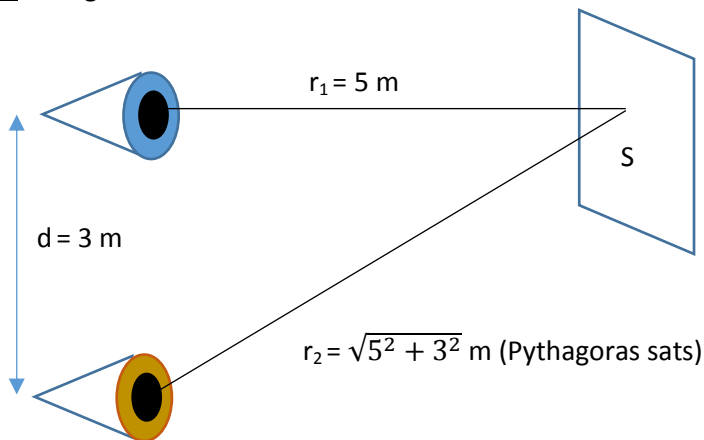
Exempel: Om vi till exempel väljer $D = 1 \text{ m}$ och $r = 4 \text{ m}$ får vi

$$I_v = \frac{4r^2 \Phi_v}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 4^2 \cdot 600}{\pi \cdot 1^2} \approx 12000 \text{ cd}$$

18.) Ett papper på en vägg är belyst av en spotlight. Pappret betraktas av två personer. Den ena står rakt framför pappret på 5 m avstånd. Den andra står 3 m längre till höger, även hon 5 m från väggen. Papperet är en lambertspridare, vilket betyder att luminansen är oberoende av betraktningvinkeln. Hur skiljer sig:

- (a) Ljusflödet genom pupillerna?
 (b) belysningen på näthinnan?

Givet: Enligt bilden.



Uppgift a)

Sökt: Hur skiljer sig ljusflödet genom pupillerna?

Metod: Vi söker ljusflödet, $\Phi_v = I_v \Omega$. Vi behöver alltså hitta ljusstyrkan och rymdvinkeln!

Ljusstyrkan

Vi vet att luminansen är lika stor i alla riktningar, och alltså är samma för person 1 och 2, men hur påverkar det ljusstyrkan?

Luminansen ges av $L_v = \frac{I_v}{S \cos(\theta)}$ vilket vi skriver om till $I_v = L_v S \cos(\theta)$ för att få ljusstyrkan.

Både luminansen, L_v , och papprets area, S , är samma för båda personerna. Det enda som skiljer sig mellan åskådarna är betraktningvinkeln.

$$\theta_1 = 0 \qquad \theta_2 = \arctan\left(\frac{3}{5}\right) = 31^\circ$$

Ljusstyrkorna blir: $I_{v,1} = L_v S \cos(0^\circ)$ och $I_{v,2} = L_v S \cos(31^\circ)$

Rymdvinkeln

Vi vet att båda har lika stor pupillarea, S_{pupill} (även om vi inte vet hur stor den är). Det som skiljer sig är betraktningssavståndet.

$$\Omega_1 = \frac{S_{\text{pupill}}}{r_1^2} = \frac{S_{\text{pupill}}}{5^2} = \frac{S_{\text{pupill}}}{25}$$

$$\Omega_2 = \frac{S_{\text{pupill}}}{r_2^2} = \frac{S_{\text{pupill}}}{3^2 + 5^2} = \frac{S_{\text{pupill}}}{34}$$

Ljusflödeskvoten

Nu kan vi beräkna ljusflödena.

$$\Phi_{v,1} = I_{v,1} \Omega_1 = L_v S \cos(0^\circ) S_{\text{pupill}} / 25$$

$$\Phi_{v,2} = I_{v,2} \Omega_2 = L_v S \cos(31^\circ) S_{\text{pupill}} / 34$$

För att jämföra ljusflödena är det lämpligt att ta kvoten mellan dem. Då försvinner de okända parametrarna S , L_v och S_{pupill}

$$\frac{\Phi_{v,1}}{\Phi_{v,2}} = \frac{L_v S \cos(0^\circ) S_{\text{pupill}} / 25}{L_v S \cos(31^\circ) S_{\text{pupill}} / 34} = \frac{34}{25 \cos 31^\circ} = 1.6$$

Det är alltså 1.6 ggr större ljusflöde för person 1 jämfört med person 2.

Uppgift b)

Sökt: Hur skiljer sig belysningen på näthinnan?

Metod: Belysningen ges av $E_v = \frac{\Phi_v}{A_{\text{belyst}}}$ och vi känner redan till ljusflödena för båda personerna. Det som saknas är den belysta arean på näthinnan!

Papprets projicerade area

Den projicerade area fås genom $S' = S \cos(\theta)$

Person ett står rakt framför och ser därför hela arean: $S'_1 = S \cos(0^\circ) = S$

Person två står snett åt sidan och ser en projicerad area på: $S'_2 = S \cos(31^\circ)$

Avbildning på näthinnan

Det viktiga är hur stora dessa projicerade areor (S'_1 och S'_2) blir när de avbildas på personernas näthinnor.

Vi undersöker förstoringen: $m = \frac{l'}{l}$

Bildavståndet l' (från pupill till näthinna) antas vara samma för person 1 och 2.

Objektsavståndet är avståndet från ögat till pappret (r). Den laterala förstoringen blir alltså:

$$m_1 = \frac{l'}{r_1}, \quad m_2 = \frac{l'}{r_2}$$

Nu ska vi komma ihåg att det är en area som växer både på höjden och bredden. Alltså blir areaförstoringen:

$$M_1 = \left(\frac{l'}{r_1}\right)^2 = \frac{l'^2}{25} \quad \text{och} \quad M_2 = \left(\frac{l'}{r_2}\right)^2 = \frac{l'^2}{34}$$

Papprets storlek på näthinnan ges av:

$$S_{\text{belyst},1} = S'_1 M_1 = \frac{S l'^2}{25} \quad \text{och} \quad S_{\text{belyst},2} = S'_2 M_2 = \frac{S \cos(31^\circ) l'^2}{34}$$

Belysningen på näthinnan

Nu ska vi bara ta flödet genom pupillen och dela på denna area för att få belysningen!

$$E_{v,1} = \frac{\Phi_{v,1}}{S_{\text{belyst},1}} = \frac{L_v S \cos(0^\circ) S_{\text{pupill}}/25}{S l'^2/25} = \frac{L_v S_{\text{pupill}}}{l'^2}$$

$$E_{v,2} = \frac{\Phi_{v,2}}{S_{\text{belyst},2}} = \frac{L_v S \cos(31^\circ) S_{\text{pupill}}/34}{S \cos(31^\circ) l'^2/34} = \frac{L_v S_{\text{pupill}}}{l'^2}$$

Belysningen på närhinnan blir samma för person 1 och 2. *Alltså ser pappret lika ljust ut oberoende av betraktningvinkel!*