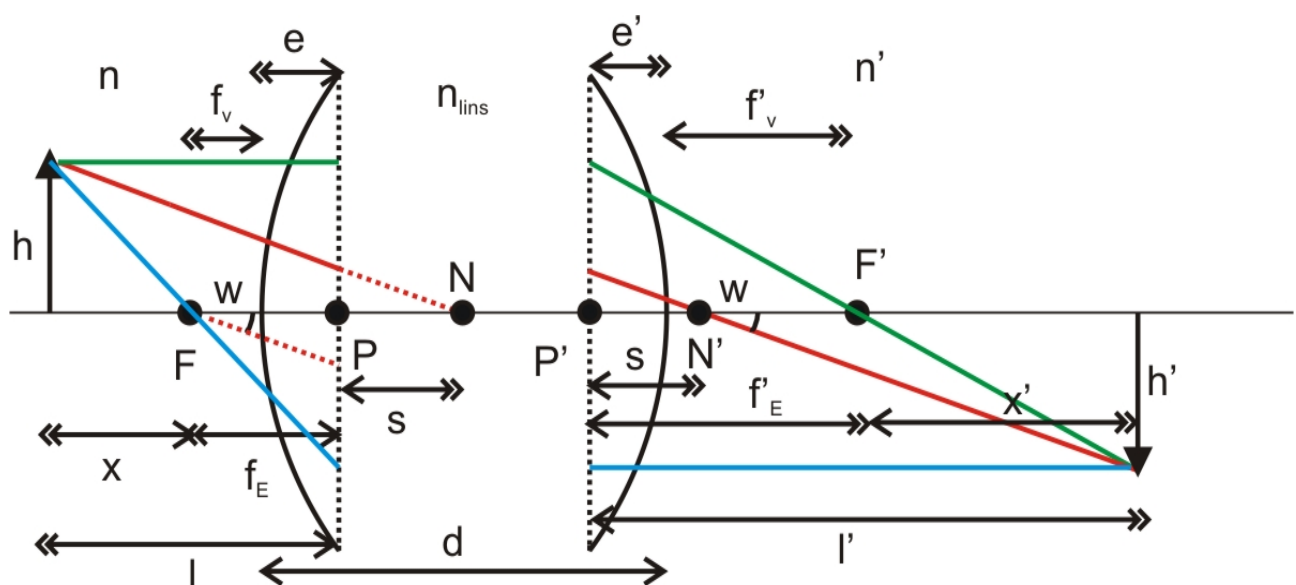


## Föreläsning 11: Avbildning i komplexa optiska system - Kardinalpunkter (Nodpunkter), Ray-tracing och Ögonmodeller

För avbildning i optiska system som består av flera brytande ytor används ofta datorprogram som beräkningshjälp (i denna kurs används WinLens). Dessa optiska design program kan både:

- Räkna paraxialt och ta fram systemets kardinalpunkter (precis som för hand).
- Räkna utan paraxial approximationen genom att använda Snells brytningslag för varje enskild stråle och yta s.k. ray-tracing (mycket tidskrävande för hand) och därigenom ta fram olika mått på aberrationer och bildkvalitet (t.ex. MTF).

### De 6 kardinalpunkterna: Huvudpunkter, Fokalpunkter och Nodpunkter



$$L' = L + F_E \quad L' = \frac{n'}{l'} \quad L = \frac{n}{l} \quad xx' = f'_E f_E$$

$$\frac{n'}{f'_E} = F_E \quad \frac{n}{f_E} = -F_E \quad \rightarrow \quad f'_E = \frac{n'}{F_E} \quad f_E = -\frac{n}{F_E} \quad \text{OBS! } f'_E = -\frac{n'}{n} f_E$$

Geometri:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{f_E}{x} = -\frac{x'}{f'_E} = -\frac{l' - f'_E}{f'_E} = -\frac{n'/f'_E - n'/l'}{n'/l'} = +\frac{L' - F_E}{L'} = \frac{L}{L'}$$

$$f'_v = +\frac{n'}{F'_v} \quad f_v = -\frac{n}{F_v}$$

$$e' = f'_v - f'_E \quad e = f_v - f_E$$

## Tunn lins

$$F_E = \frac{n_l - n}{r_1} + \frac{n' - n_l}{r_2} = F_1 + F_2 \quad (\text{ytornas brytkrafter})$$

## Tjock lins eller två tunna linser med index $n_l$ mellan

$$F_E = F_1 + F_2 - \frac{d}{n_l} F_1 F_2$$

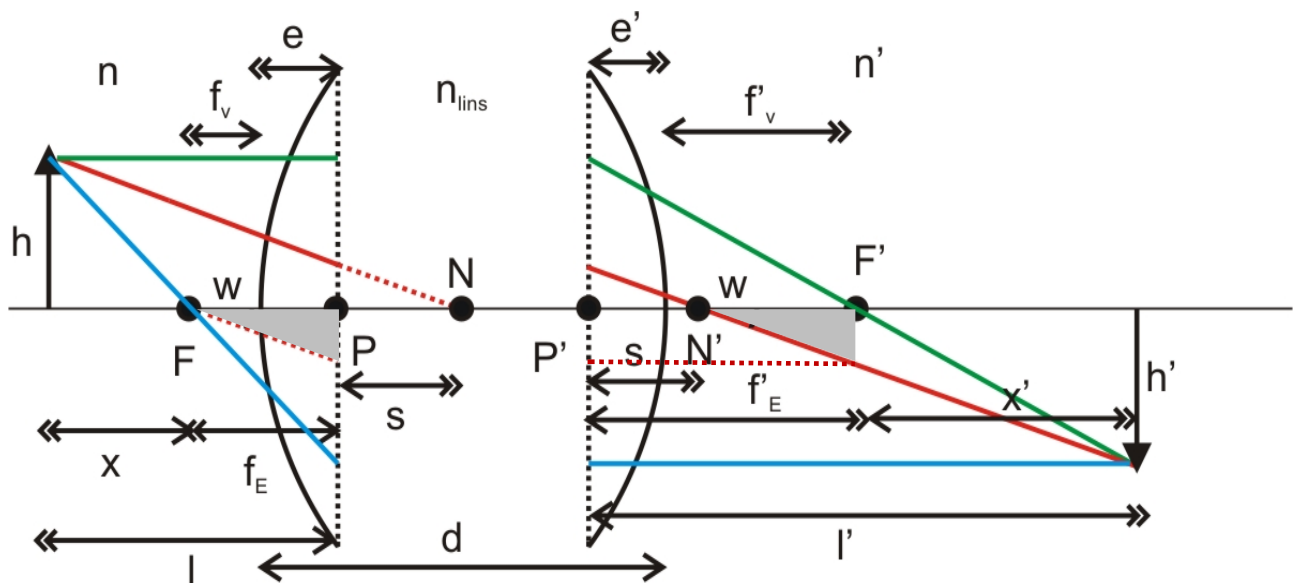
$$F'_v = \frac{F_E}{1 - d/n_l F_1} \quad F_v = \frac{F_E}{1 - d/n_l F_2}$$

( $F_1$  och  $F_2$  ytornas eller linsernas brytkrafter)

## Nodpunkter/Nodplan

När  $n \neq n'$  så går strålen genom  $P$  och  $P'$  inte obruten längre utan bryts enligt brytningslagen.

Istället är det strålen genom nodpunkterna  $N$  och  $N'$  som går obruten = samma vinkel  $w$  in och ut ur systemet. Dra en röd hjälpstråle, parallell med strålen genom  $N$ , in genom  $F$  (och ut parallellt med optiska axeln) för att hitta avståndet  $s$  mellan huvudpunkt och nodpunkt:



De gråmarkerade triangelarna är precis lika stora:

$$-f_E = f'_E - s \quad \rightarrow \quad s = f_E + f'_E \quad (\text{skillnaden mellan fokallängderna})$$

$N$  och  $N'$  kallas främre och bakre nodpunkter/nodplan.

Avståndet från  $N'$  till  $F'$  blir detsamma som  $-f_E$

Avståndet från  $N$  till  $F$  blir detsamma som  $-f'_E$

När  $n = n'$  sammanfaller nodpunkterna med huvudplanen.

## Schematiska ögon

Approximation av hur det mänskliga ögats optik fungerar i medeltal.

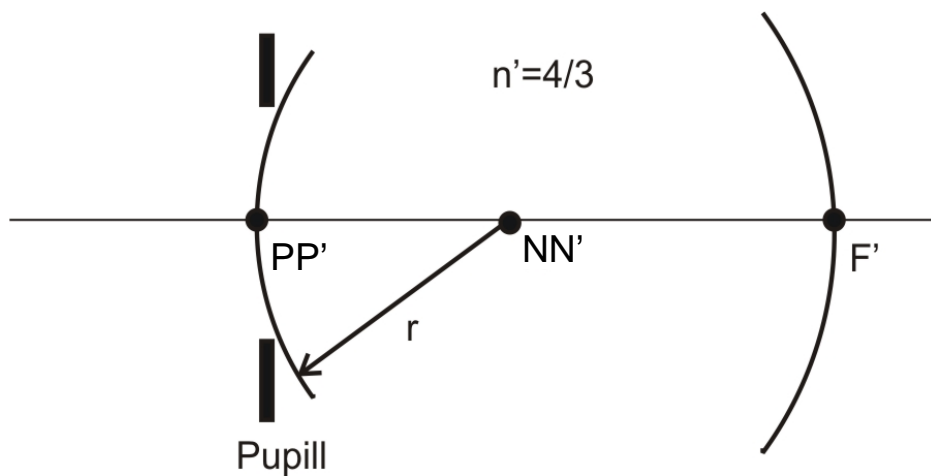
Olika komplexitets nivåer:

Gullstrand no. 1 (6 brytande ytor)

Emsley-Gullstrand no. 2 (3 brytande ytor)

Emsleys reducerade ögonmodell (1 brytande yta)

**Emsleys reducerade ögat:**



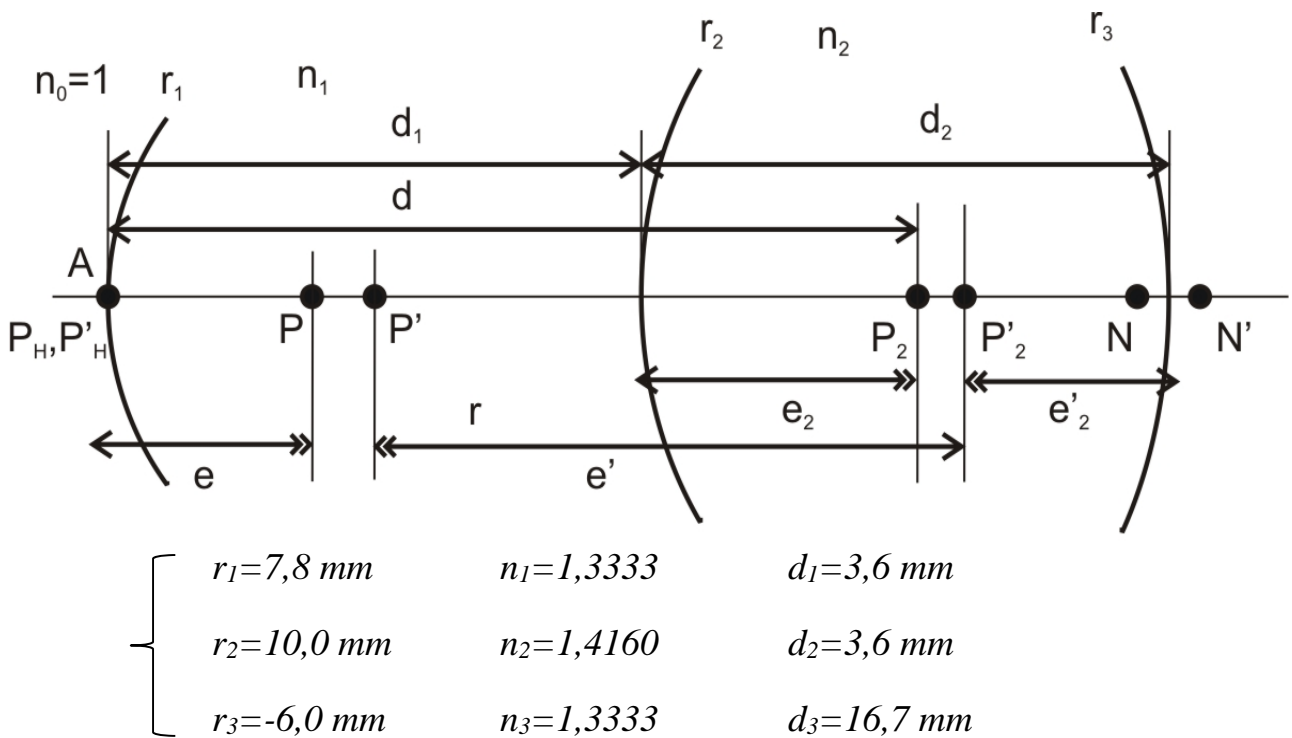
$$F_E = 60 \text{ D}$$

$$F_E = -\frac{1}{f_E} = \frac{n'}{f'_E} \rightarrow \begin{cases} f_E = -16,67 \text{ mm} \\ f'_E = 22,22 \text{ mm} \end{cases}$$

$$F_E = (n' - 1) \frac{1}{r} \rightarrow r = 5,56 \text{ mm}$$

Nodalplan = ytans krökningscentrum

**Emsleys – Gullstrand no. 2:**



Brytkrafter hos ytorna:

$$F_1=(n_1-1)/r_1=42,731 \text{ D}$$

$$F_2=(n_2- n_1)/r_2=8,270 \text{ D}$$

$$F_3=(n_3- n_2)/r_3=13,783 \text{ D}$$

Ekvivalent brytkraft hos linsen:

$$F_{EL}=F_2+F_3-(d_2/n_2)F_2F_3=21,763 \text{ D}$$

$$F_{VL}=F_{EL}/(1-d_2/n_2) F_3=22,550 \text{ D}$$

$$F'_{VL}=F_{EL}/(1-d_2/n_2) F_2=22,23 \text{ D}$$

$$f'_{EL}=n_3/ F_{EL} =61,26 \text{ mm}$$

$$f_{EL}=-n_1/ F_{EL} =-61,26 \text{ mm}$$

$$f'_{VL}=n_3/ F'_{VL} =59,98 \text{ mm}$$

$$f_{VL}=-n_1/ F_{VL} =-59,12 \text{ mm}$$

Läget hos linsens huvudplan:

$$e_L = f_{VL} - f_{EL} = -n_1(1/F_{EL} - d_2/n_2 * F_3/F_{EL}) + n_1/F_{EL} = n_1/n_2 * d_2 F_3/F_{EL} = 2,147 \text{ mm}$$

$$e'_L = f'_{VL} - f'_{EL} = n_3(1/F_{EL} - d_2/n_2 * F_2/F_{EL}) - n_3/F_{EL} = -n_3/n_2 * d_2 F_2/F_{EL} = -1,288 \text{ mm}$$

Hornhinnans huvudplan ligger i vertex!

Ekvivalent brytkraft hos ögat:

$$F_E = F_1 + F_{EL} - (d/n_1)F_1F_{EL} = F_1 + F_{EL} - (d + e_2)/n_1 * F_1F_{EL} = 60,486 \text{ D}$$

Läget hos ögats huvudplan:

$$F'_V = F_E / (1 - d/n_1) * F_1 = 74,14 \text{ D}$$

$$F_V = F_E / (1 - d/n_1) * F_{EL} = 66,75 \text{ D}$$

$$f'_V = -n_3 / F'_V = n_3 / F_E - n_3 / n_1 * dF_1 / F_E = 17,98 \text{ mm}$$

$$f_V = -n_0 / F_V = -1 / F_E + 1 / n_1 * dF_1 / F_E = -14,98 \text{ mm}$$

$$e = f_V - f_E = 1 / n_1 * dF_1 / F_E = 1,551 \text{ mm}$$

$$e' = f'_V - f'_E = -n_3 / n_1 * dF_1 / F_E = -4,060 \text{ mm}$$

Ekvivalenta fokallängder hos ögat:

$$f'_E = n_3 / F_E = 22,043 \text{ mm}$$

$$f_E = -n_0 / F_E = -16,533 \text{ mm}$$

Detta ger:

$$s = f'_E + f_E = 5,51 \text{ mm}$$

Avstånd från hornhinnans vertex:

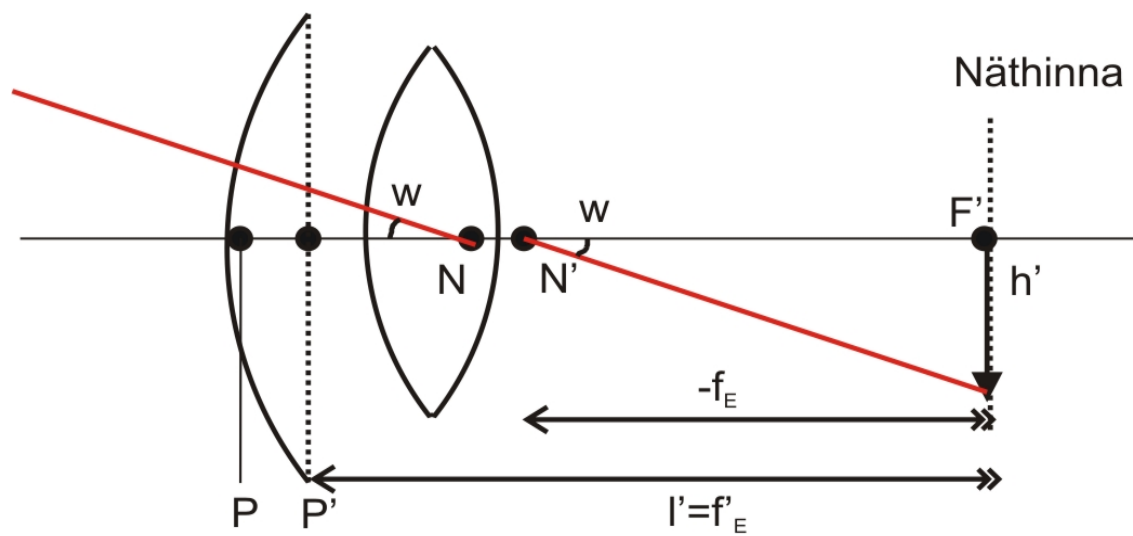
$$AP = e = 1,551 \text{ mm}$$

$$AP' = d_1 + d_2 + e'_2 + e' = 1,852 \text{ mm}$$

$$AN = AP + s = 7,061 \text{ mm}$$

$$AN' = AP' + s = 7,36 \text{ mm}$$

## Nodpunkter används för att bestämma bildstorlek för avlägsna objekt



$$F_E = -n/f_E = n'/f'_E$$

$$h' = f_E \tan w$$

$$h' = f_E w \quad (\text{gäller små vinklar, } w \text{ i radianer})$$