

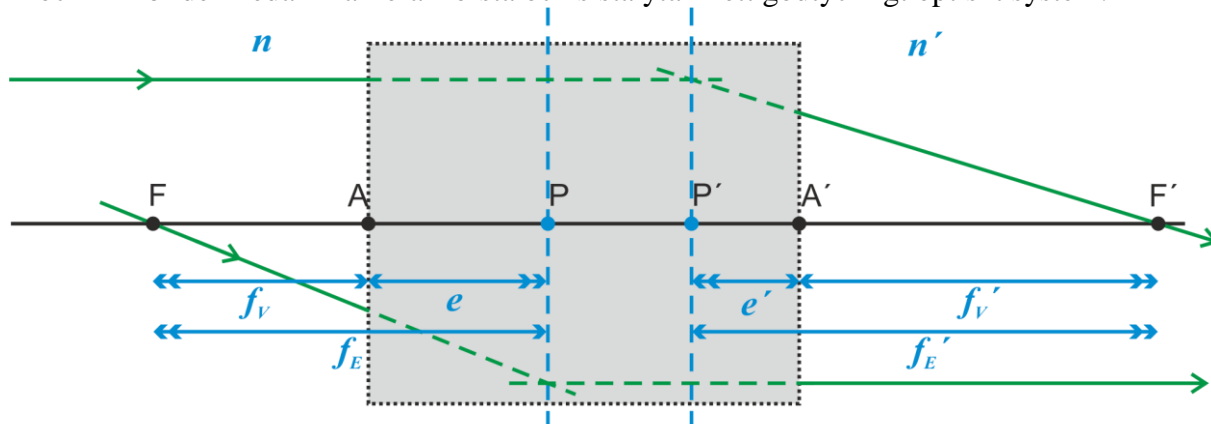
Föreläsning 9-10 (kap 5.1-5.6 i Optics)

Huvudplan

Önskan: Tänk om alla optiska system vore tunna linser så att $L' = L + F$ alltid gällde!

Att räkna med mellanbilder genom ett system med många linser och gränssytor blir krångligt. Vi vill kunna avbilda genom alla ytor direkt.

A och A' i bilden nedan markerar första och sista ytan i ett godtyckligt optiskt system.



Teckenförklaring:

A och A' är systemets främre och bakre vertex

F' är systemets bakre fokuspunkt

P' är systemets bakre huvudpunkt

f'_E är systemets bakre effektiva/ekvivalenta fokallängd

Definition: $F_E = \frac{n'}{f'_E}$ [D] är systemets effektiva styrka/ brytkraft ($n'=1$ i luft)

f'_v är bakre snittvidden

Definition: $F'_v = \frac{n'}{f'_v}$ [D] är bakre snittstyrkan. ($n'=1$ i luft)

F är främre fokuspunkt

P är främre huvudpunkt

f_E är systemets främre effektiva fokallängd

f_v är främre snittvidden

Definition: $F_v = -\frac{n}{f_v}$ [D] är främre snittstyrkan ($n=1$ i luft)

$$\text{Geometri: } e = f_v - f_E \qquad e' = f'_v - f'_E$$

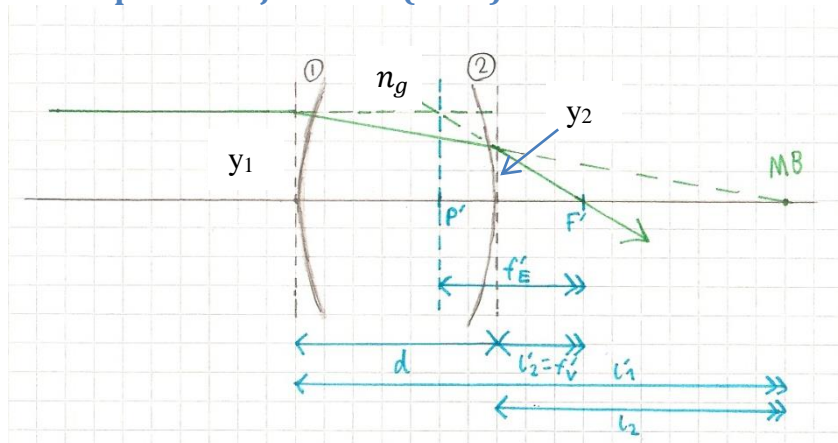
Man kan visa allmänt att:

$$F_E = -\frac{n}{f_E} = \frac{n'}{f'_E} \qquad f'_E = \frac{n'}{F_E} \qquad f_E = -\frac{n}{F_E} \quad (n=n'=1 \text{ i luft})$$

Systemet har alltså bara en effektiv styrka. För system i luft är främre och bakre effektiva fokallängder lika långa, precis som för tunna linser i luft.

Huvudplan måste inte sitta i ordningen främre först och bakre sen, utan kan vara omkastade!

Huvudplan för tjock lins (i luft)



Ytornas styrkor för lins i luft: $F_1 = \frac{(n_g-1)}{r_1}$ $F_2 = \frac{(1-n_g)}{r_2}$

Var hamnar bilden av objekt i oändligheten? Avbildning med mellanbild ger

$$L_1 = 0 \quad \& \quad L'_1 = L_1 + F_1 \Rightarrow l'_1 = n_g/F_1$$

$$l_2 = l'_1 - d = \frac{n_g}{F_1} - d = n_g \frac{1 - (d/n_g)F_1}{F_1}$$

$$F'_v = L'_2 = L_2 + F_2 = \frac{n_g}{l_2} + F_2$$

Löser vi ut bakre snittstyrkan får vi:

$$F'_v = \frac{F_1 + F_2 - (d/n_g)F_1F_2}{1 - (d/n_g)F_1}$$

Två par likformiga trianglar i figuren ger:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{l'_1}{l_2} = \frac{f'_E}{f'_v}$$

Vilket i sin tur ger oss effektiva styrkan:

$$F_E = \frac{1}{f'_E} = F_1 + F_2 - (d/n_g)F_1F_2$$

Främre snittstyrkan får vi på samma sätt genom att byta plats på F_1 och F_2 i uttrycket ovan.

Sammanfattning för tjock lins i luft:

$F_E = F_1 + F_2 - (d/n_g)F_1F_2$	<i>(Dessa tre första formler gäller även om linsen inte omges av luft, men då måste man ta hänsyn till omgivande index när man beräknar ytornas styrkor.)</i>
$F'_v = \frac{F_E}{1 - (d/n_g)F_1}$	
$F_v = \frac{F_E}{1 - (d/n_g)F_2}$	
$F_1 = \frac{(n_g-1)}{r_1}$	Första ytans styrka, gäller endast lins i luft
$F_2 = \frac{(1-n_g)}{r_2}$	Andra ytans styrka, gäller endast lins i luft

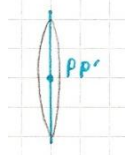
Exempel huvudplan för tunn lins

$d = 0$ i formlerna för huvudplan i tjock lins ger:

$$F_E = F_1 + F_2 \text{ (som förut)}$$

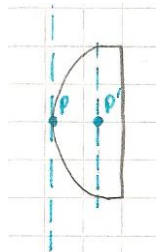
$$F'_v = F_v = F_E, \text{ vilket ger } e = e' = 0$$

I tunna linser ligger alltså båda huvudplanen i mitten av linsen.



Exempel med plankonvex lins

Tjock plankonvex lins: [$F_1 = +10 \text{ D}$, $F_2 = 0 \text{ D}$, $d = 10 \text{ mm}$, $n_g = 1,5$]



$F_E = 10 + 0 - \left(\frac{d}{n_g}\right) \cdot 10 \cdot 0 = 10 \text{ D}$ eftersom den sista termen blir 0.

$$f'_E = \frac{1}{F_E} = 100 \text{ mm}, \quad f_E = -\frac{1}{F_E} = -100 \text{ mm}$$

$$F'_v = \frac{F_E}{\left(1 - \left(\frac{d}{n_g}\right) F_1\right)} = 10,7 \text{ D}$$

$$f'_v = \frac{1}{F'_v} = 93,3 \text{ mm}$$

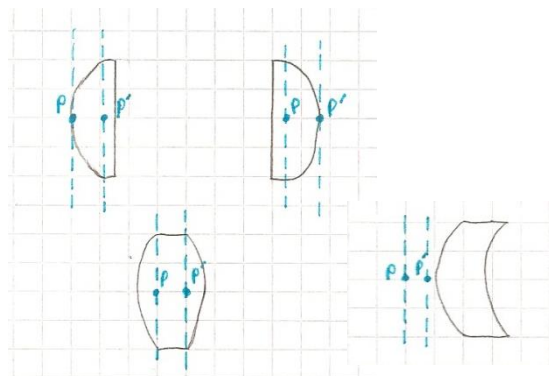
$$e' = f'_v - f'_E = -6,7 \text{ mm}$$

$$F_v = \frac{F_E}{\left(1 - \left(\frac{d}{n_g}\right) F_2\right)} = 10 \text{ D}$$

$$f_v = -\frac{1}{F_v} = -100 \text{ mm}$$

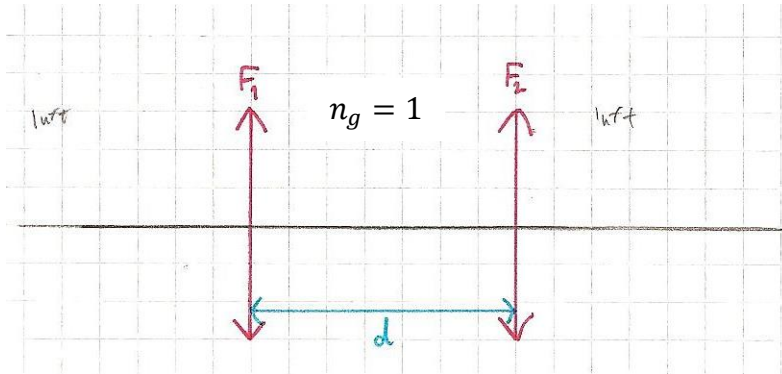
$$e = f_v - f_E = 0 \text{ mm}$$

Huvudplanens läge vid olika linsformer:



Huvudplan för två tunna linser i luft

En tjock lins kan ses som två tunna planokkava/planokonvexa linser med ett glasblock emellan. Om vi sätter $n_g=1$ i formlerna för tjock lins så motsvarar det att vi har två tunna linser med luft emellan.



Sammanfattning av formler för huvudplan för två tunna linser i luft:

$$F_E = F_1 + F_2 - dF_1F_2$$

$$F'_v = \frac{F_E}{(1 - dF_1)}$$

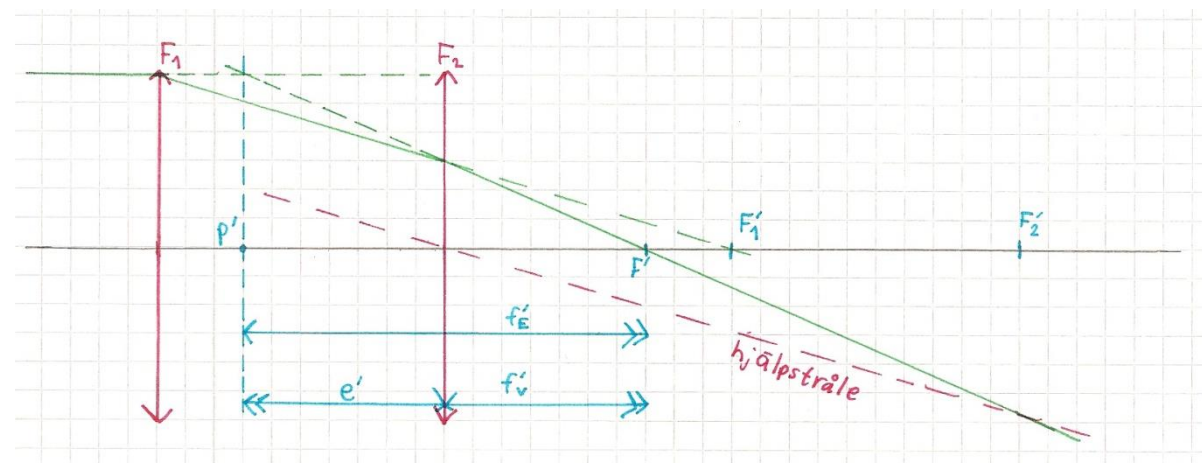
$$F_v = \frac{F_E}{(1 - dF_2)}$$

F_1 och F_2 är de tunna linsernas styrkor.

Exempel huvudplan för två tunna linser i luft

Exempel: $F_1 = F_2 = 10D$, $d = 0.050$ m

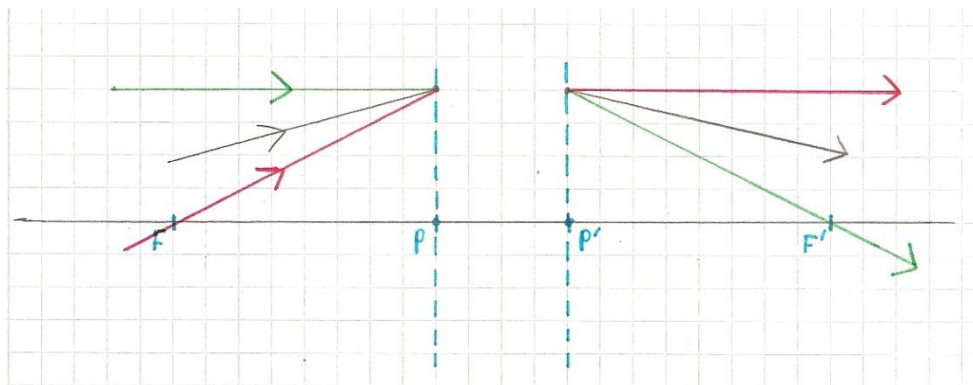
Beräkningar enligt ovan ger $e=33$ mm och $e'=-33$ mm. Alternativt kan vi följa parallell stråle genom systemet med hjälp av strålkonstruktion:



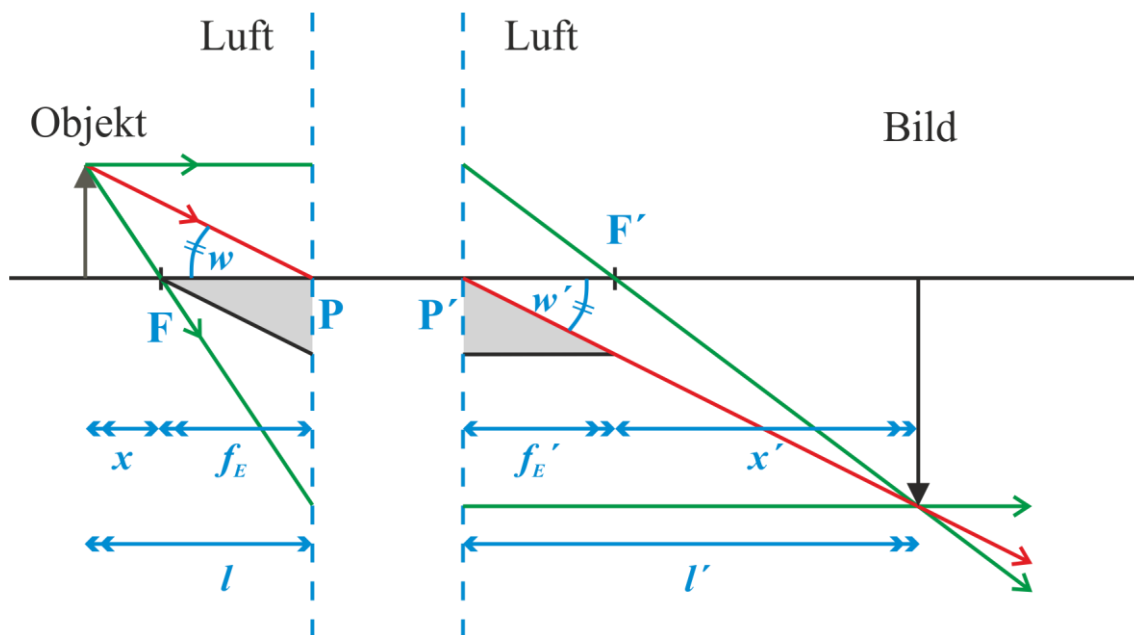
Symmetri ger positionen för P . I detta fall blir huvudplanen omkastade, P' kommer före P .

Avbildning med hjälp av huvudplan (system i luft)

P, P', F, F' kallas systemets kardinalpunkter (det finns två till som vi inte tar upp här).



Bakre huvudplan är bildplan till främre huvudplan med förstoringen ($m=+1$)
OBS: En stråle skär alltid (för alla system) båda huvudplanen på samma höjd!



Likformiga trianglar visar att strålen genom P och P' går obruten $w = w'$ (gäller system i luft).

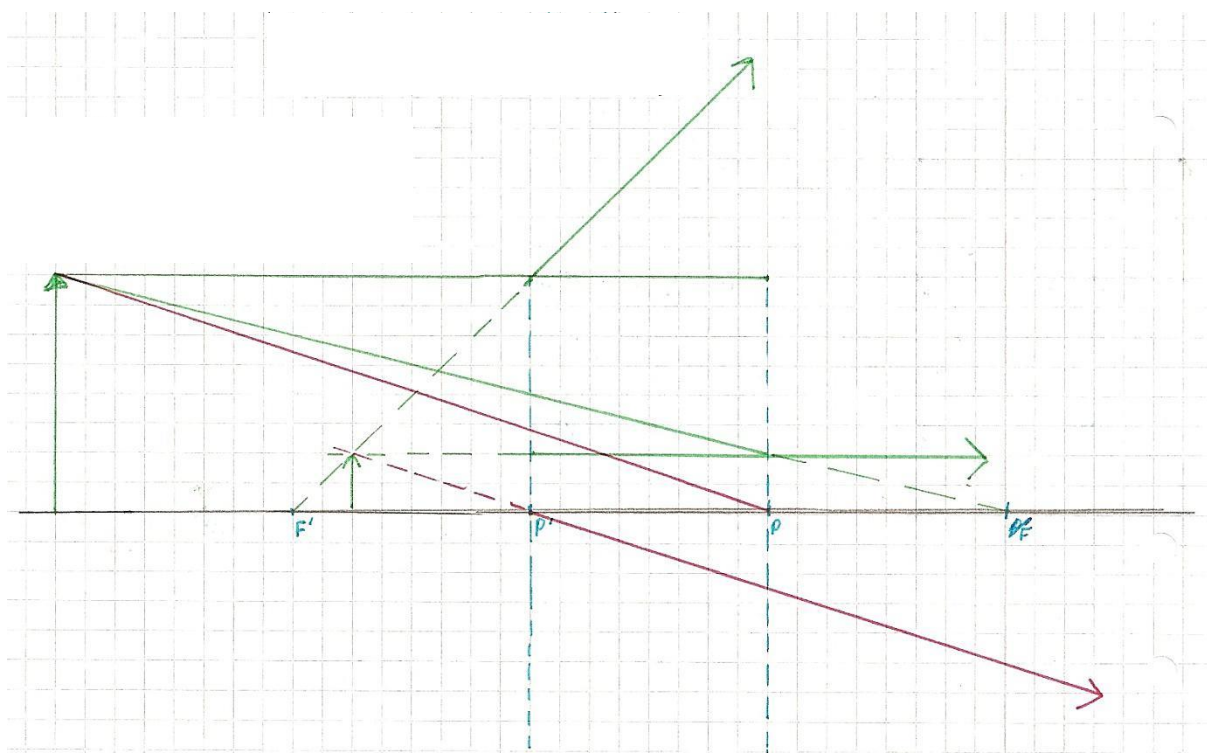
Om man "tänker bort" området mellan huvudplanen ser det ut som brytning i tunn lins!

Alla formler för tunn lins gäller alltså huvudplanssystem, men var uppmärksam på att alla sträckor måste mätas från respektive huvudplan!

Sammanfattning av formlerna för avbildning med huvudplan i luft:

$L = \frac{1}{l}$	$L' = \frac{1}{l'}$	Vergenser i luft, l och l' mäts från P , resp P'
$L' = L + F_E$		Avbildningsformeln
$f_E = -\frac{1}{F_E}$	$f'_E = \frac{1}{F_E}$	Främre och bakre effektiv fokallängd i luft
$m = \frac{h'}{h} = \frac{L}{L'} = -\frac{x'}{f'_E} = -\frac{f_E}{x}$		Lateral förstoring. x och x' mäts från F resp F'
$xx' = f_E f'_E$		Newtons relation

Exempel: avbildning i system med omkastade huvudplan



Exempel: kontaktlinsen som tjocklins

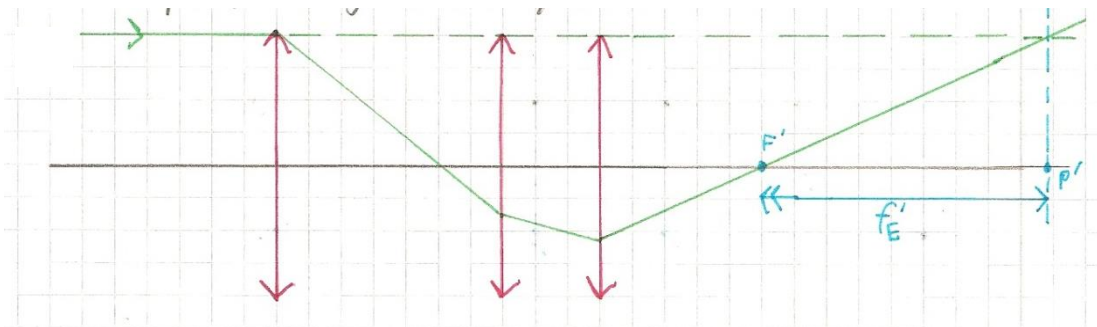
Exempel på kontaktlins: $r_1=7,95$ mm, $r_2=7,8$, $n_g=1,5$, $d=0,1$ mm. =>

$$F_1=+62,9 \text{ D}, F_2=-64,1 \text{ D}$$

$$F_E = F_1 + F_2 - \left(\frac{d}{n_g}\right) F_1 F_2 = 62,9 - 64,1 + 0,27 = -0,93 \text{ D}$$

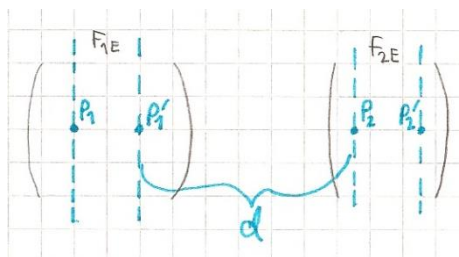
Huvudplan för generella system

Det finns två (tre) metoder man kan använda sig av för att ta fram huvudplanen för ett system med fler än två linser eller ytor.



(1) Tag fram huvudplanen genom att följa parallell stråle genom systemet
Här får man använda strålkonstruktion och/eller räkna själv.

(2) Para ihop ytor eller linser två och två och bestäm huvudplanen för dessa med hjälp av formlerna ovan (exempel: två tjocka linser). Sedan kan man betrakta dessa som tunna linser (om man tänker från huvudplanen) och lägga ihop igen:



$$F_{E,tot} = F_{1E} + F_{2E} - dF_{1E}F_{2E}$$

Jobbigt i längden!

(3) Ett sista alternativ är att använda optikberäkningsprogram på dator!