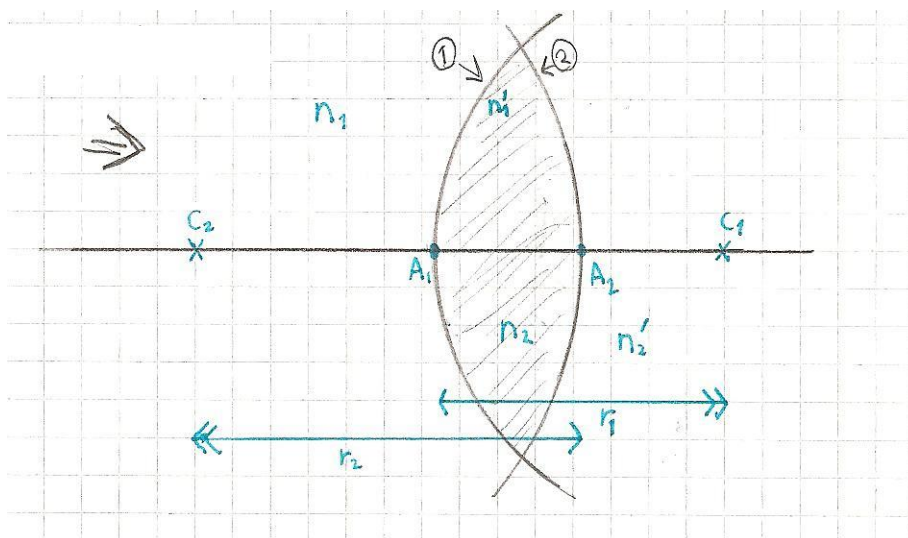


## Föreläsning 7 (kap 4.1-4.4 i Optics)

### Sfäriska linser

En sfärisk lins består av två sfäriska brytande ytor.



Linjen genom ytornas krökningscentrum kallas linsens optiska axel.

$A_1$  = främre vertex

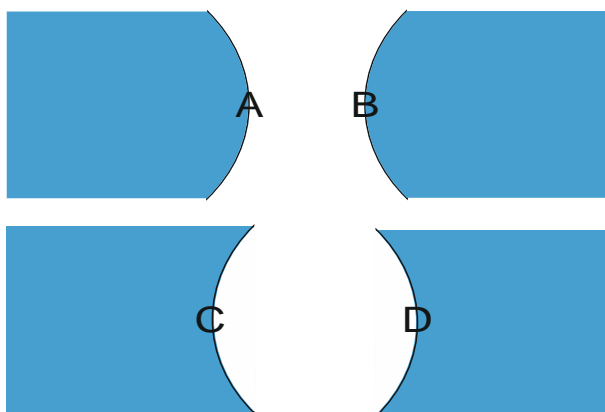
$A_2$  = bakre vertex

I en sfärisk lins har de två ytorna styrkor enligt:

$$F_1 = \frac{(n'_1 - n_1)}{r_1}$$

$$F_2 = \frac{(n'_2 - n_2)}{r_2}$$

**OBS en ytas styrka är oberoende hur man vänder den!** (Vänd på linsen i figuren ovan och tänk igenom vad som händer med tecken på krökningsradier och hur index ändras)



I figuren har det blåmarkerade materialet det högre brytningsindexet.  
Ytorna A och B är positiva ytor. Ytorna C och D är negativa ytor!

För tunna linser (försumbar tjocklek) gäller att hela linsens styrka ges av (visas nedan):

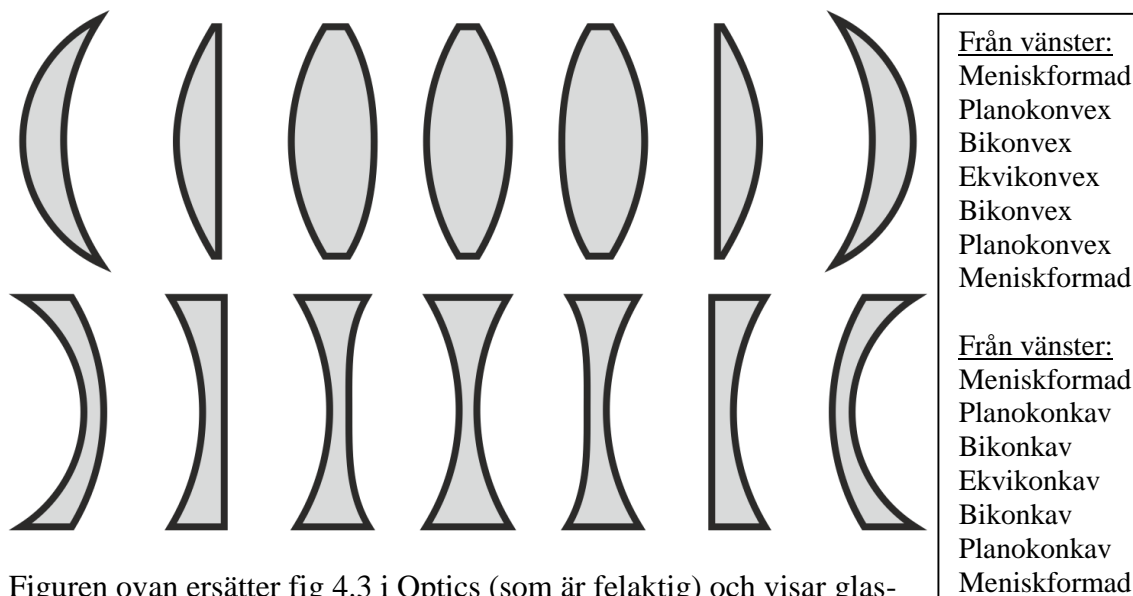
$$\boxed{F = F_1 + F_2}$$

Tunna linsens styrka.

En lins med en viss styrka kan alltså se ut på flera sätt. Exempel:

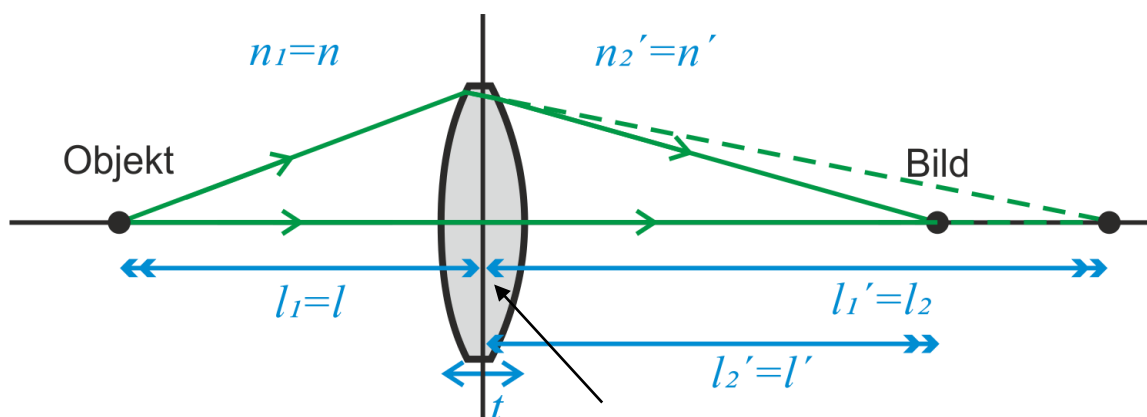
$$F = +5D = 7 - 2 = 5 + 0 = 3 + 2 = 2,5 + 2,5 = 2 + 3 = 0 + 5 = -2 + 7$$

$$F = -5D = -7 + 2 = -5 + 0 = -3 - 2 = -2,5 - 2,5 = -2 - 3 = 0 - 5 = +2 - 7$$



Figuren ovan ersätter fig 4.3 i Optics (som är felaktig) och visar glaslinser omgivna av luft d.v.s. högre brytningsindex i linsen. Då gäller att:  
En positiv lins är tjockare på mitten medan en negativ är tunnare.

### Tunna linsens styrka/brytkraft



Antag att  $t$  är försumbar

$$L'_1 = L_1 + F_1$$

$$L_2 = L'_1 \quad (t = 0)$$

$$L'_2 = L_2 + F_2$$

$$\Rightarrow L'_2 = L_1 + (F_1 + F_2) \text{ parentesen är } F \text{ för hela linsen}$$

$$\boxed{L' = L + F \text{ med } L = \frac{n}{l}, L' = \frac{n'}{l'} \text{ och}}$$

$$\boxed{F = F_1 + F_2 = \frac{(n_g - n)}{r_1} + \frac{(n' - n_g)}{r_2}}$$

Gäller alltid för tunn lins med brytningsindex  $n_g$ !

Antag en tunn lins i luft:

$$n_1 = n = 1$$

$$n'_2 = n' = 1$$

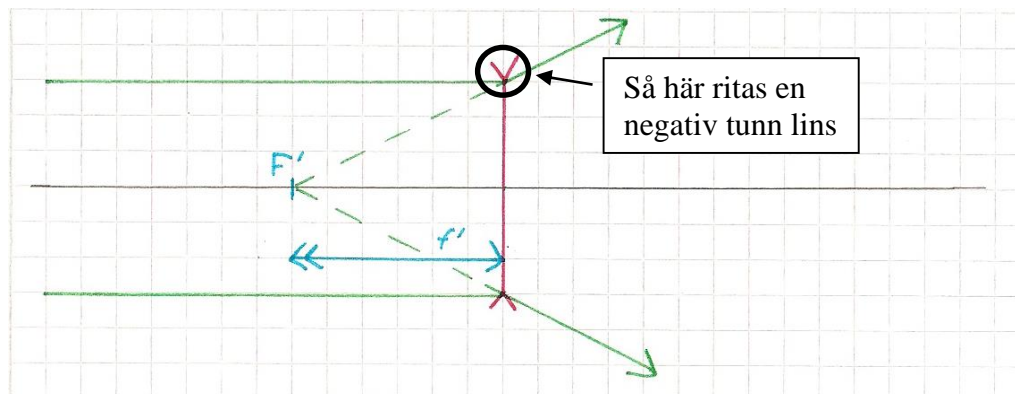
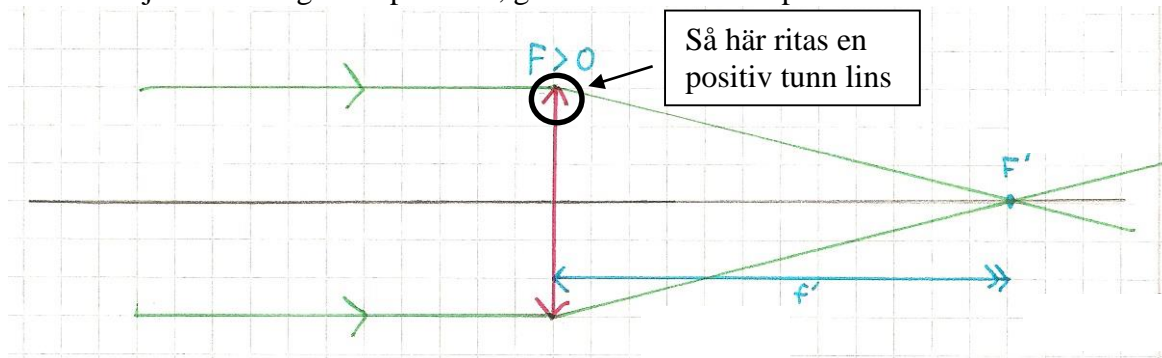
$$n'_1 = n_2 = n_g$$

$$F = \frac{(n_g - 1)}{r_1} + \frac{(1 - n_g)}{r_2} = (n_g - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Linsmästarformeln  
(gäller tunn lins i luft)

### Fokalpunkter till tunna linsar I LUFT

- Objekt i oändligheten på axeln, ger bild i bakre fokalpunkten  $F'$ .



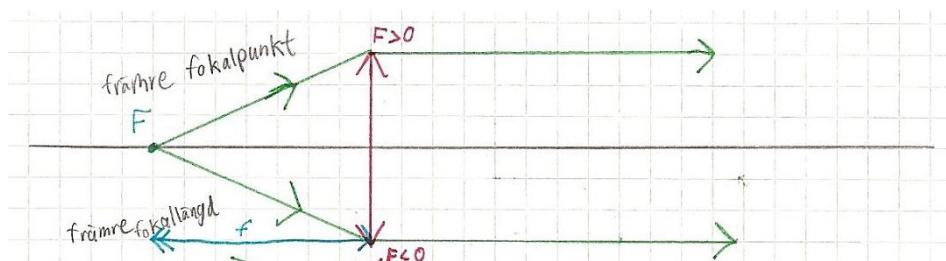
(Notera sättet vi ritat tunna positiva respektive negativa linsar)

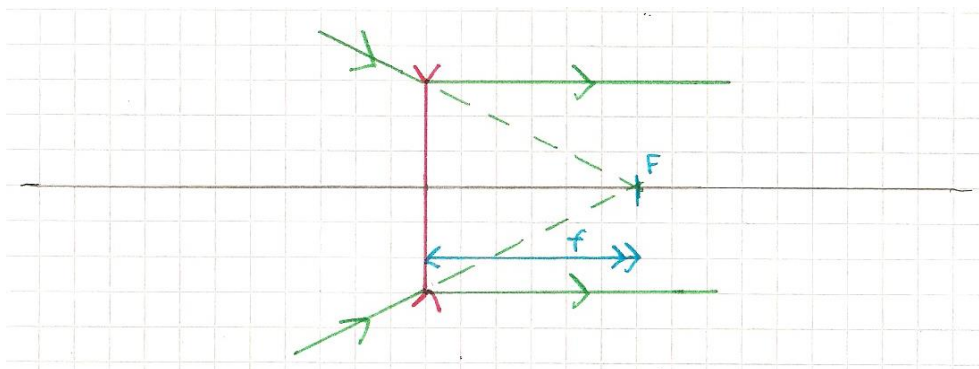
$$L = 0 \text{ och } l' = f' \Rightarrow L' = F \Rightarrow \frac{1}{l'} = F \Rightarrow l' = \frac{1}{F}$$

$$f' = \frac{1}{F}$$

Linsens bakre fokallängd (Gäller tunn lins i luft)

- Objekt i främre fokalpunkten  $F$ , ger bild i oändligheten.





$$l = f \text{ och } L' = 0 \Rightarrow L = -F \Rightarrow \frac{1}{l} = -F \Rightarrow l = -\frac{1}{F}$$

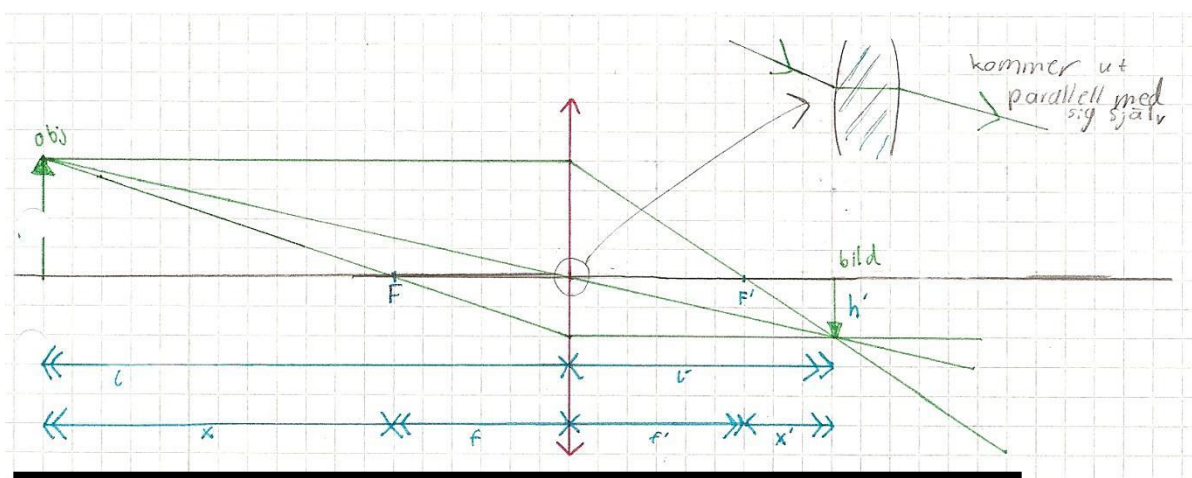
$$f = -\frac{1}{F}$$

Linsens främre fokallängd (Gäller tunn lins i luft)

Främre och bakre fokallängden för en tunn lins är lika långa men går åt varsitt håll:  $f' = -f$

Om man bara säger fokallängd (alltså inte bakre/främre) för en lins är det bakre fokallängden man menar. Negativa linser har sina fokalpunkter på "fel" sida av linsen gentemot namnet.

### Avbildning med tunna linser i luft



Tre strålar är lätta att dra:

1. Stråle parallell med optiska axeln bryts genom bakre fokalpunkten.
2. Stråle genom främre fokalpunkten bryts parallellt med optiska axeln.
3. Stråle mitt genom linsen går obruten.

Likformiga trianglar ger att förstoringen ges av

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{l'}{l} = \frac{L}{L'} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$$

Den sista likheten motsvarar Newtons relation:

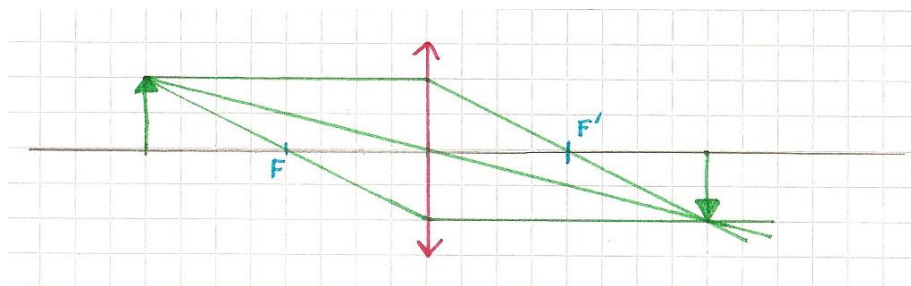
$$x \cdot x' = f \cdot f'$$

Sammanfattning av formlerna för avbildning genom tunn lins i luft:

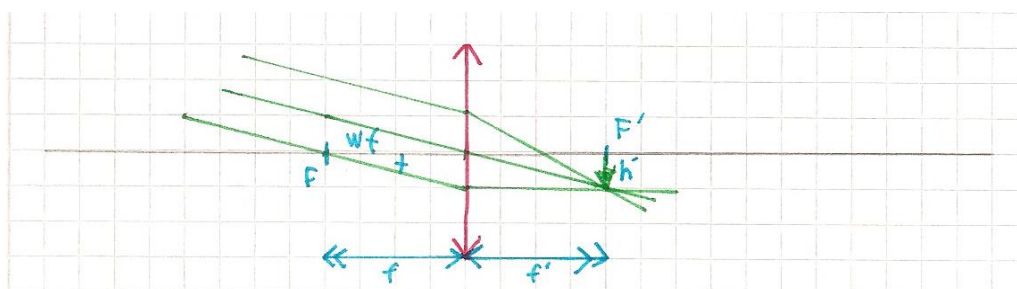
$L = \frac{1}{l}$ $L' = \frac{1}{l'}$	Objekt och bildvergens i luft
$L' = L + F$	Avbildningsformeln
$f = -\frac{1}{F}$ $f' = \frac{1}{F}$	Främre och bakre fokallängd i luft
$m = \frac{h'}{h} = \frac{L}{L'} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$	Lateral förstoring
$xx' = ff'$	Newtons relation
$F_{\text{tunn lins i luft}} = (n_g - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$	Styrkan för tunn lins i luft.

### Ett specialfall

Om objektsavståndet är dubbla (främre)fokallängden ( $l = 2f$ ) är även bildavståndet,  $l'$ , dubbla fokallängden och laterala förstoringen är  $m = -1$ . Detta kallas 1:1 avbildning.



### Bildstorlek vid avlägset objekt



Avlägset objekt med synvinkeln  $w$  avbildas i tunn lins. Geometri från figuren ger:

$$\tan w = \frac{h'}{f} \Rightarrow$$

$$\boxed{h' = f \cdot \tan w = \{\text{små vinklar}\} = f \cdot w \text{ (OBS! } w \text{ i radianer)}}$$

Formeln ovan gäller alla avbildningssituationer, även sfärisk gränsyta och speglar.