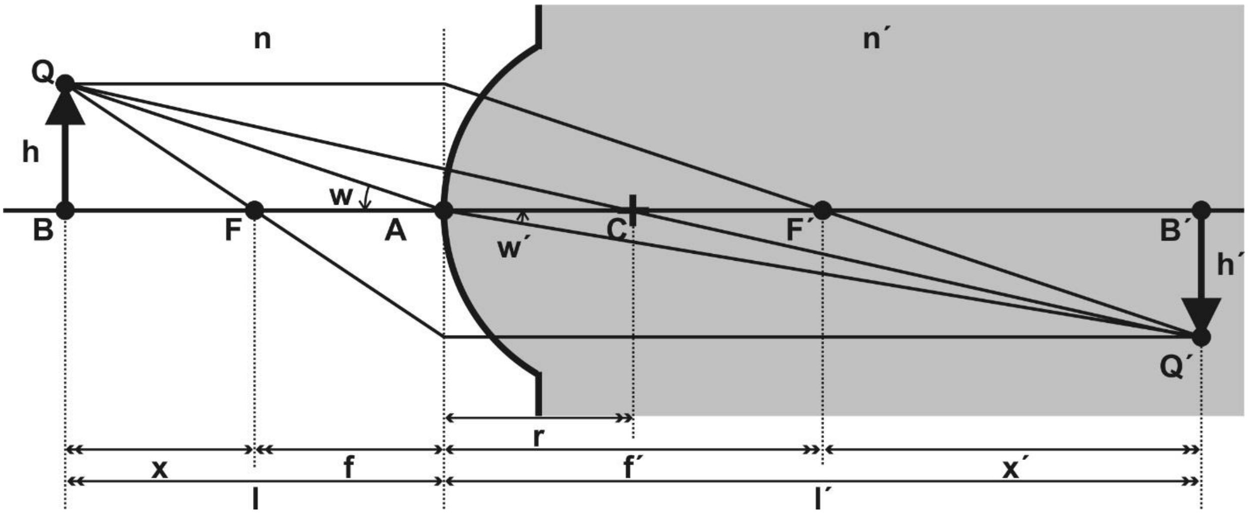
Föreläsning 6 *(kap 3.7-3.10 i Optics)*

Avbildning i sfärisk gränsyta

Hittills har vi bara avbildat punktformiga objekt som ligger på den optiska axeln, men de flesta objekt har en storlek d.v.s. består av mer än en punkt. Oftast ritar man objektet som en stående pil, som i figuren nedan, och följer strålar från toppen av objektet (betecknat med Q i figuren). När vi följer strålar från Q kan vi utnyttja det faktum att strålar igenom ytans krökningscentrum, C, går obrutna eftersom de kommer in längs med ytans normal. Vi har alltså en stråle från Q som fortsätter obruten igenom C och kan ses som en ny optisk axel så att vi kan använda samma avbildningsformel som tidigare för att hitta bilden $Q´$. I paraxial approximation ligger bilderna $B´$ och $Q´$ ligger i samma plan så länge som objektpunkterna B och Q gör det.
<u>Vid strålkonstruktionen försummar vi även ytans sag och bryter alla strålar i ett och samma plan vid ytans vertex</u>, A (se figuren).



<u>Strålen från Q som faller in parallellt med optiska axeln bryts till bakre fokalpunkten $F´$ och strålen genom främre fokalpunkten F kommer ut parallellt med optiska axeln.</u>

Strålen från Q genom ytans vertex A, mitt i strålknippet, kallas huvudstrålen. Brytningen av huvudstrålen ges av brytningslagen:

$$nw = n´w´ \quad \Rightarrow \quad \frac{w'}{w} = \frac{n}{n'}.$$

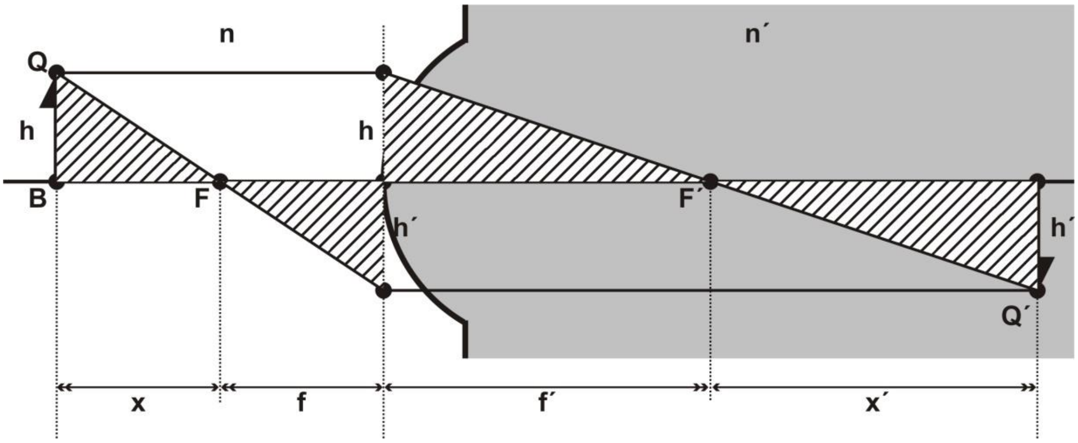
Genom att använda geometrin i figuren ovan kan vi även ta fram uttryck för hur storleken på bilden, $h´$, beror på storleken på objektet, h.

Triangeln $B´AQ´$ ger att: $h´ = -l´ \tan w´ \approx \{\text{för små vinklar i radianer}\} \approx -l´w´$
Triangeln BAQ ger att: $h = -l \tan w \approx \{\text{för små vinklar i radianer}\} \approx -lw$

Med hjälp av dessa uttryck och brytningen av huvudstrålen ovan, kan vi bestämma bildens <u>laterala förstoring, *m:*</u>

$$m = \frac{h´}{h} = \frac{-l´w´}{-lw} = \frac{nl´}{n´l} = \frac{n/l}{n´/l´} = \frac{L}{L´}$$

Det finns även ett alternativt sätt att ta fram förstoringen där man istället för att använda l och l' anger objekts- och bildavstånd från främre och bakre fokalpunkten och betecknar dessa som x och x'.



Genom att de streckade, likformiga trianglarna i figuren ovan kan förstoringen även skrivas som:

$m = \frac{h'}{h} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$ och ur detta uttryck kan vi även få fram att

$xx' = ff'$

Den sista formeln kallas för Newtons relation och kan användas som ett alternativ till avbildningsformeln. Varianterna på formeln för förstoringen är speciellt användbara om man bara har objekts- eller bildavståndet och söker förstoringen.

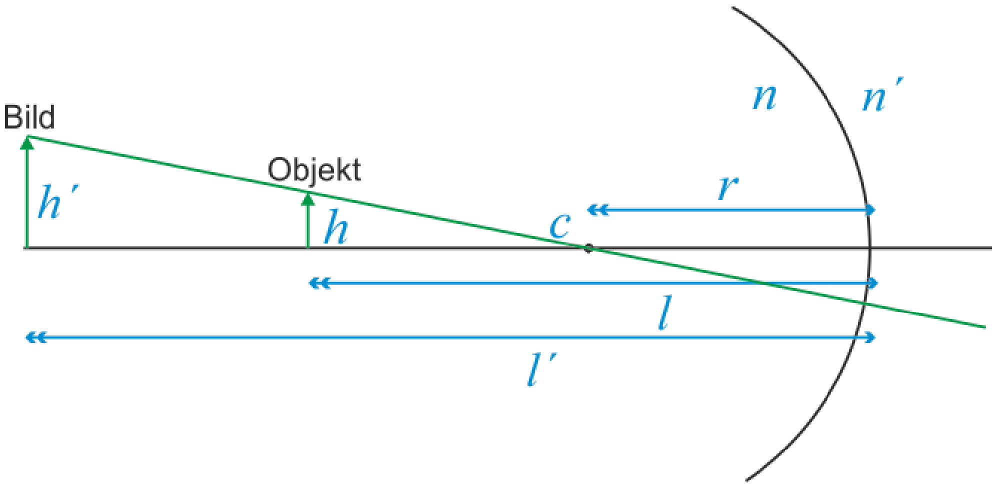
Sammanfattning av formlerna för avbildning (Alla utom den sista formeln gäller i alla avbildande system):

$L = \frac{n}{l}$ $L' = \frac{n'}{l'}$	Objekt och bildvergens
$L' = L + F$	Avbildningsformeln
$f = -\frac{n}{F}$ $f' = \frac{n'}{F}$	Främre och bakre fokallängd
$m = \frac{h'}{h} = \frac{L}{L'} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$	Lateral förstoring
$xx' = ff'$	Newtons relation
$F_{\text{sfärisk yta}} = \frac{(n' - n)}{r}$	Styrkan för sfärisk gränsyta.

Exempel på avbildning i sfärisk gränsyta

En 2 cm stor fisk befinner sig vid bakkanten av en vattenfylld sfärisk skål med radien 2 dm. Hur stor blir bilden av fisken?

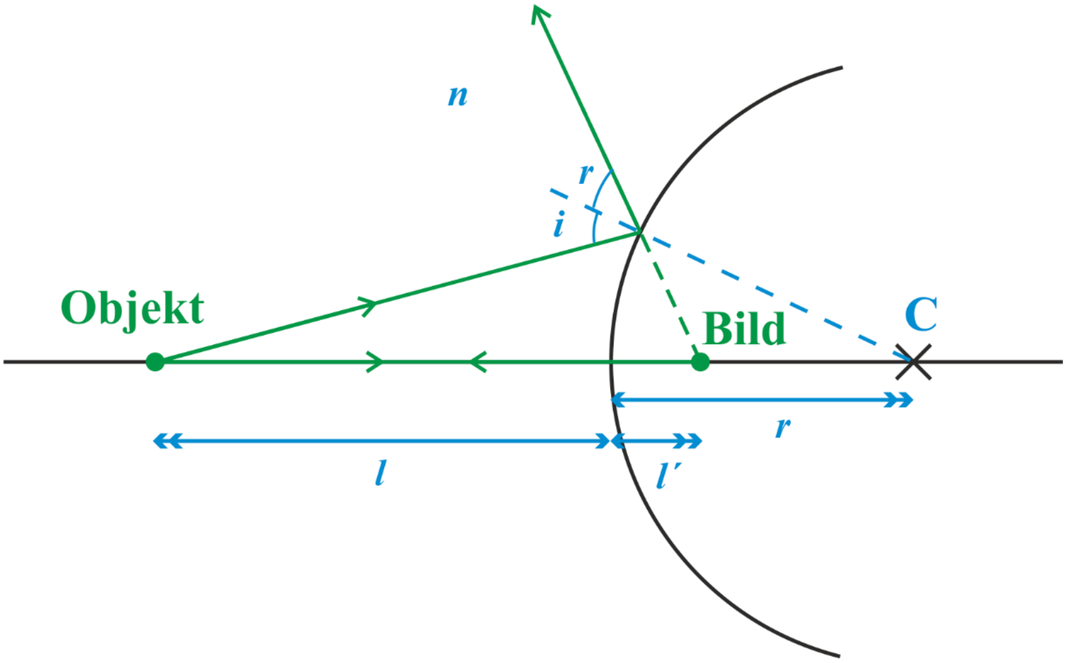
Givet:



n = 4/3, n' = 1
r = -0,2 m
l = -0,4 m.
h = 0,02 m

Beräkningar:
F = (n'-n)/r = 1,66 D
L = n/l = -3,33 D
L' = L + F = -1,67 D
m = L/L' = 2
h' = hm = 0,04 m

Paraxial reflektion i sfäriska speglar



Reflektionslagen ger

$$r = -i$$

Om vi jämför reflektionslagen med paraxiala brytningslagen,

$$ni = n'i'$$

ser vi att de blir lika om vi sätter $n' = -n$ i brytningslagen. (samma index efter som före eftersom ljuset reflekteras, minus eftersom ljuset går baklänges). Det betyder att om man byter ut n' mot $-n$ i formlerna för sfärisk gränsyta så får man formlerna för sfärisk spegel!

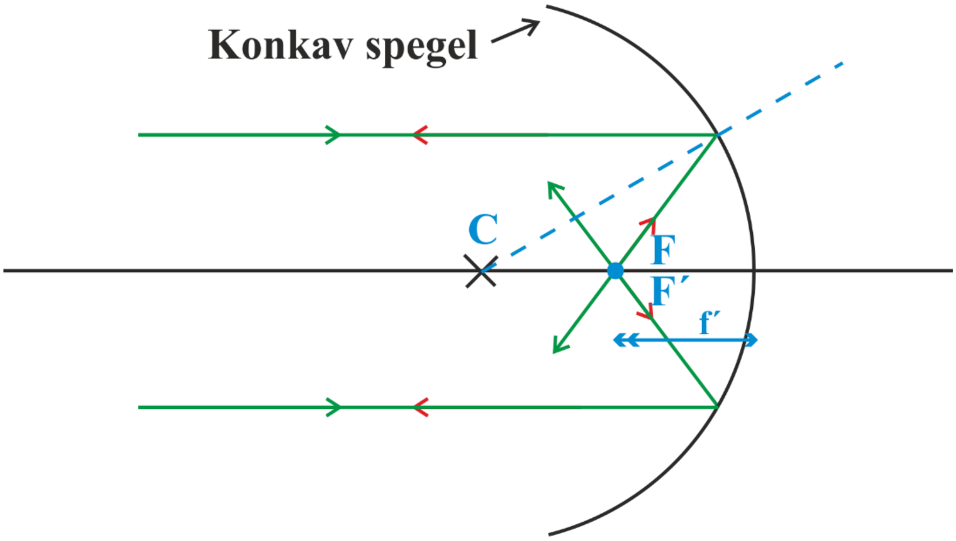
$\boxed{\frac{-n}{l'} = \frac{n}{l} + \frac{-2n}{r}}$	Avbildningsformeln för sfärisk spegel
$L = \frac{n}{l} \quad L' = \frac{-n}{l'}$	Objekt och bildvergens
$F_{\text{sfärisk spegel}} = \frac{-2n}{r}$	Styrkan för sfärisk spegel.
$L' = L + F$	Avbildningsformeln

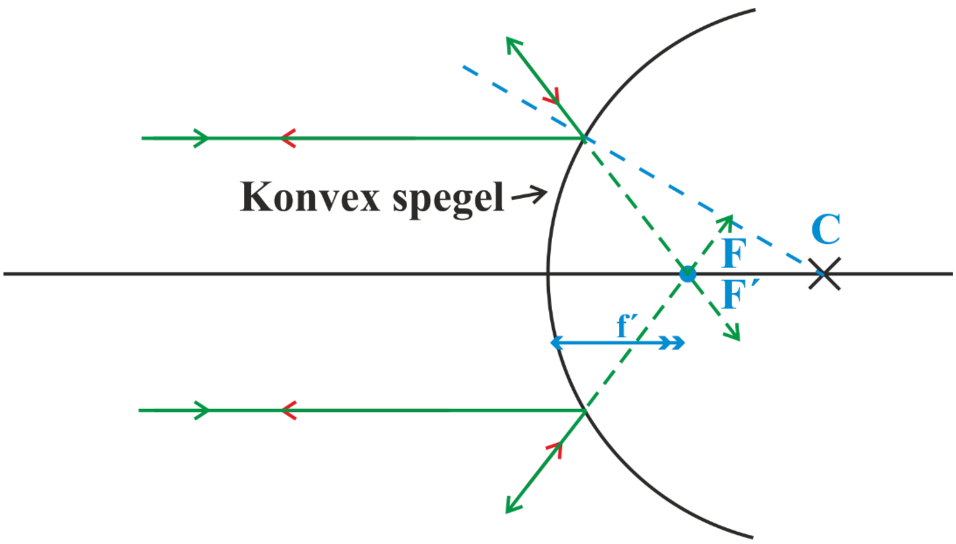
OBS! Konkava speglar (r<0) har positiv styrka, de gör ljuset mer konvergent.
Konvexa speglar (r>0) har negativ styrka, de gör ljuset mer divergent.

Fokalpunkter till sfäriska speglar

Ett objekt i oändligheten (l=∞, L=0) ger bild i bakre fokalpunkten, F' (se gröna strålar med *grön* pil i figurerna nedan).

Objekt i främre fokalpunkten, F, ger bild i oändligheten (l'=∞, L'=0) (se gröna strålar med *röd* pil i figurerna nedan).

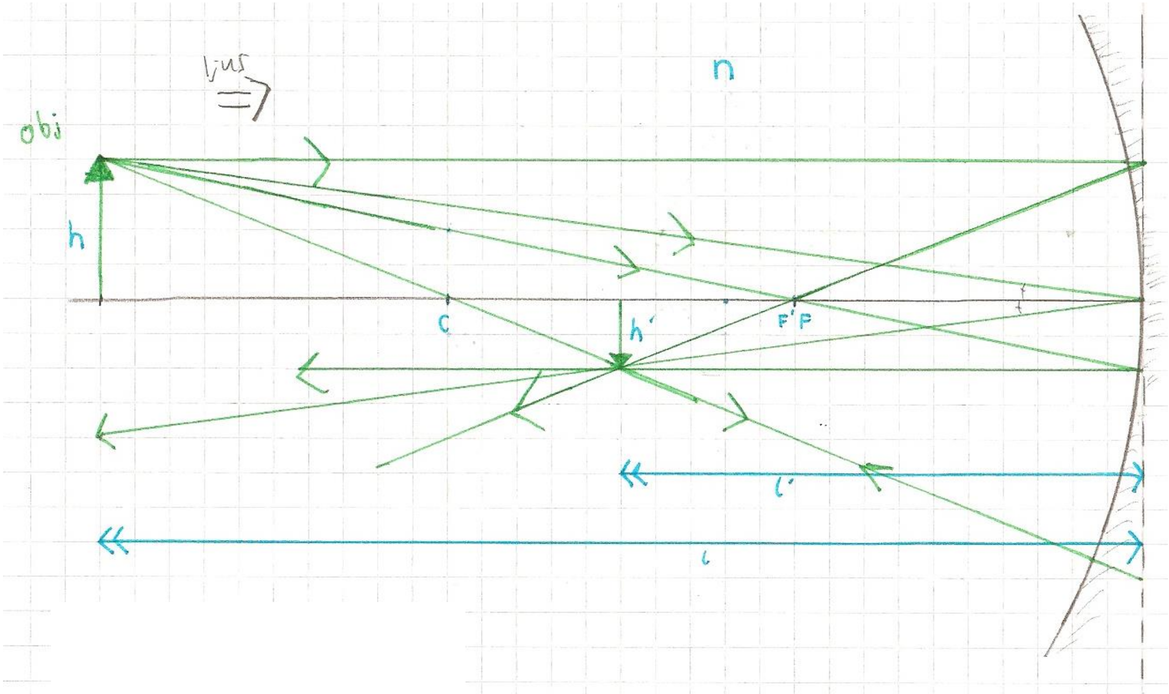




För speglar är främre och bakre fokalpunkterna (F och F') alltid samma punkt:

$$f = f' = \frac{-n}{F} = \frac{r}{2}$$

Avbildning i sfäriska speglar



Stråle parallell med optiska axeln reflekteras genom bakre fokalpunkten. Stråle genom främre fokalpunkten reflekteras parallellt med optiska axeln. Stråle genom krökningscentrum reflekteras tillbaka i samma riktning och en stråle som träffar där optiska axeln skär spegeln reflekteras enligt samma regler som vid en plan spegel, alltså med samma vinkel som den kom in.

Vid avbildning av ett stort objekt får man också förstoring enligt

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{-l'}{l} = \frac{nl'}{-nl} = \frac{L}{L'}$$

Sammanfattning formler för avbildning i spegel (Minnesregel: sätt n'=-n i tidigare formler):

$L = \frac{n}{l}$	$L' = \frac{-n}{l'}$	Objekt och bildvergens
$L' = L + F$		Avbildningsformeln
$f = f' = -\frac{n}{F} = \frac{r}{2}$		Främre och bakre fokallängd
$m = \frac{h'}{h} = \frac{L}{L'} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$		Lateral förstoring
$xx' = ff'$		Newtons relation
$F_{\text{sfärisk spegel}} = \frac{-2n}{r}$		Styrkan för sfärisk spegel.