



LABORATION 4

DISPERSION

Personnummer	Namn
--------------	------

Laborationen godkänd

Datum	Assistent
-------	-----------

LABORATION 4 DISPERSION

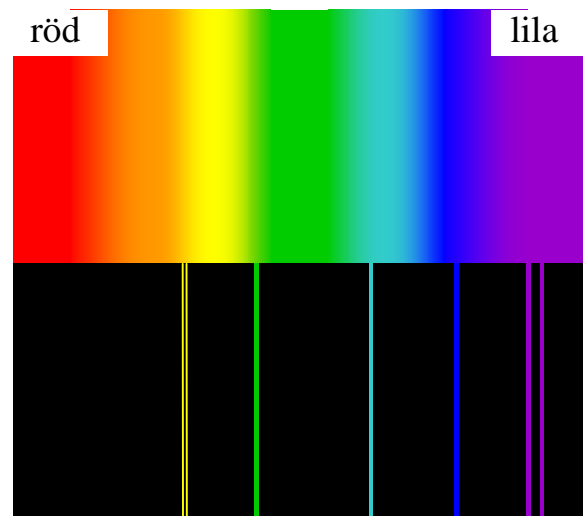
Att läsa i kursboken:	sid. 374-383, 41-45
Förberedelseuppgifter:	2st, se nedan. Gör dem före labtillfället.
Vad labben går ut på:	Att mäta brytningsindex för linjerna i kvicksilverspektrat. Att bestämma relativa dispersionen och Abbe-talet för två slags glas. Att bestämma brytningsindex för alla våglängder m.h.a. Cauchys formel.
Utrustning:	Refraktometer (roterbart prismabord med kollimator och teleskop) Kvicksilverlampa Prisma av kronglas Prisma av flintglas

Teori

Den här laborationen handlar om dispersion, dvs om hur brytningsindex ändras när våglängden ändras. Det betyder att brytningsindex i ett visst glas är olika för t ex rött ljus och för blått. Att det uppstår regnbågar beror på dispersion i vattendroppar, och 'färgglimtar' du kan se i prismor i en kristallkrona beror på dispersion i kristallerna. I den här laborationen ska vi se hur avböjningsvinkeln i ett prisma ändras då ljusets färg ändras, och på så vis ta reda på skillnaden i brytningsindex. Då kan vi också bestämma glasets dispersion. För att mäta avböjningsvinkeln använder vi en refraktometer.

Spektrallinjer

En vanlig glödlampa med upphettad glödtråd skickar ut ljus av alla färger, dvs alla våglängder. En kvicksilver-lampa däremot bygger på gasurladdning, och skickar bara ut vissa bestämda våglängder som bestäms av hur elektronerna kan hoppa i kvicksilveratomernas skal. Inga andra våglängder skickas ut. Situationen visas i figur 1. De våglängder som skickas ut kallas spektrallinjer, och deras exakta våglängder finns uppmätta och angivna i tabeller. I tabell 1 visas några av de starkare spektrallinjerna för kvicksilver. De två gula linjerna ligger så nära varandra att de ofta inte går att skilja åt, utan ser ut som en enda.



Figur 1. En vanlig lampa skickar ut hela det synliga spektrat (övre delen), en kvicksilverlampa ger spektrallinjer (undre delen).

Andra grundämnen med viktiga spektrallinjer är bl a väte och helium. För att definiera grönt, blått och rött brukar man använda d-linjen från helium, $\lambda_d = 588 \text{ nm}$, samt F- och C-linjerna från väte $\lambda_F = 486 \text{ nm}$ och $\lambda_C = 656 \text{ nm}$.

Färg	Våglängd
Lila (stark)	404.7 nm
Lila (svag)	407.8 nm
Blå	435.8 nm
Turkos (blågrön)	491.6 nm
Grön	546.1 nm
Gul (1)	577.0 nm
Gul (2)	579.1 nm

Tabell 1. Kvicksilvers spektrallinjer.

Dispersion

Dispersion definieras som skillnaden i brytningsindex mellan blått och rött ljus, dvs som

$$n_F - n_C, \quad (1)$$

där n_F är brytningsindex för λ_F och n_C är brytningsindex för λ_C . *Relativ dispersion* (eng. *relative dispersion* eller *dispersive power*) borde då rimligen definieras som denna skillnad dividerat med brytningsindex för "mellanvåglängden" λ_d . Men i de flesta fall är det inte n utan $n - 1$ som är den viktiga storheter – se t ex på fokallängden för en lins, som ges av $1/f = (n - 1)(1/r_1 - 1/r_2)$. Därför används istället $n_d - 1$. Då definieras den relativa dispersionen som

$$\omega = \frac{n_F - n_C}{n_d - 1}. \quad (2)$$

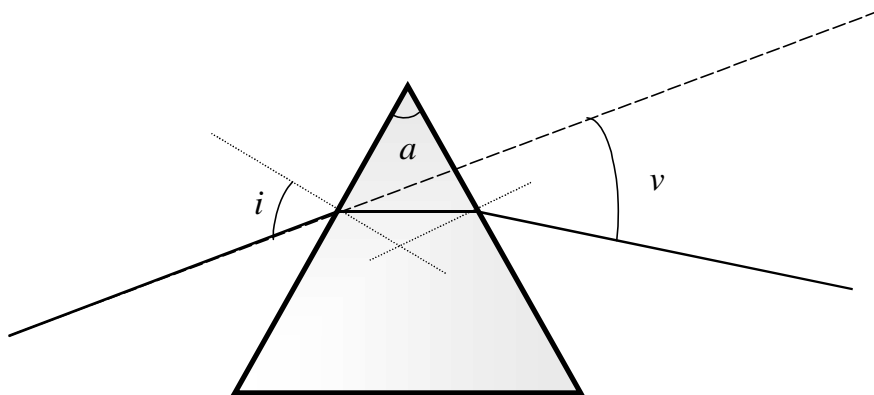
Inversen av den relativa dispersionen är

$$V = \frac{1}{\omega} = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (3)$$

som brukar kallas *V-värde* eller *Abbe-tal* (eng *constringence*, *Abbe number* eller *V-value*). Abbe-talet används flitigt i tabeller över olika glassorter. Om man vill beskriva ett glas brukar man oftast ange n_d (ger brytningsindex) och V (ger dispersionen). Lägg märke till att ett högt Abbe-tal betyder liten dispersion, och tvärtom.

Brytning i prismet

När ljus går genom ett prisma bryts det två gånger - en gång när det går in i prismet och en gång när det går ut. Hur strålen bryts visas i figur 2, där även ytornas normaler finns inritade. Vinkeln a är prismats *toppvinkel*. Vinkeln v är *avböjningsvinkeln*, dvs vinkeln mellan den riktning strålen går efter prismet, och den riktning strålen skulle ha gått om prismet inte varit där. Hur stor avböjningsvinkeln blir kommer att bero på tre saker: brytningsindex n , infallsvinkeln i och toppvinkeln a . Om vi kunde mäta i , v och a skulle vi alltså kunna bestämma n , vilket är precis vad vi vill.



Figur 2. Brytning i ett prisma.

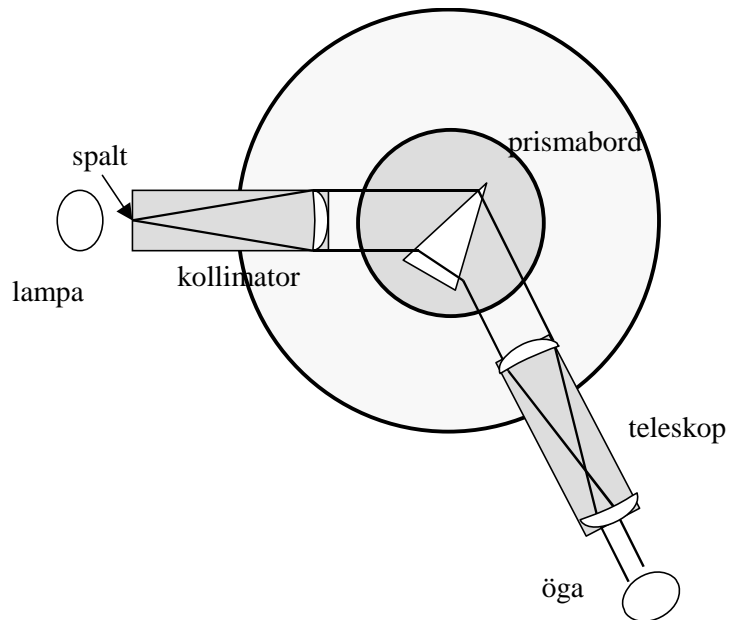
Med hjälp av refraktometern kan vi mäta v och a (hur man gör beskrivs längre fram i labpeket), men att mäta i skulle vara betydligt svårare. Nu är det dock så bra ordnat, att avböjningsvinkeln har ett minimivärde v_{\min} (kallas *minimideviation*), som man kan hitta genom att vrida på prismet så att man testat olika infallsvinklar. Minimideviationens vinkel v_{\min} beror bara av n och a , enligt

$$n = \frac{\sin\left(\frac{a + v_{\min}}{2}\right)}{\sin(a/2)}. \quad (4)$$

Nu har vi alltså ett uttryck som inte beror av infallsvinkeln. Om vi mäter toppvinkeln a och minimideviationen v_{\min} , kan vi sedan bestämma n . Ännu en fördel med den här metoden är att den är ganska okänslig för fel i infallsvinkeln. Runt minimideviationen kan man vrida ganska mycket på prismet, utan att v ändras särskilt mycket. Alltså gör det inte så mycket om vi inte lyckas prismet i exakt rätt vinkel.

Förberedelseuppgift 1: Antag att vi har ett prisma med toppvinkel 60° och brytningsindex 1.5. Vad blir minimideviationen?

Refraktometern

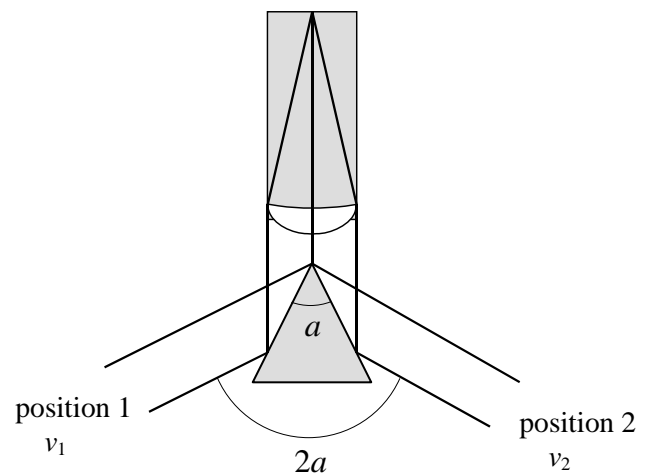


Figur 3. Refraktometer, sedd uppifrån. Strålar från spalten ar inritade.

Refraktometern är ett instrument som kan användas till att bestämma brytningsindex för glaset i ett prisma. En skiss av en refraktometer, sedd uppifrån, visas i figur 3. Kvicksilverlampan placeras bakom kollimatoren. Ljuset från kvicksilverlampan går genom en tunn spalt och fram till en lins som kollimerar det. Därefter bryts det i prismet. Sedan går det genom ett teleskop, anpassat för att ge en bra bild av spalten om du sätter ögat bakom sista linsen. Teleskopet är rörligt och kan alltid vridas runt prismabordet så att det står i rätt läge för att fånga upp ljuset. Teleskopet har också ett hårkors som man kan ställa in på spalten. Med hjälp av en skala på prismabordets kant kan man sedan läsa av vilken vinkel ljuset går i.

Att mäta toppvinkeln

- Tag prismet och markera en toppvinkel på det med en blyertspenna, om det inte redan är gjort. Det är viktigt att du vet vilken av vinklarna du mäter på - glömmer du bort det måste du göra om mätningen.
- Ställ prismet med toppvinkeln mot ljuskällan, som i figur 4. Ljuset från kvicksilverlampan kommer då att reflekteras i prismats sidor.



Figur 4. Att mäta toppvinkeln på ett prisma.

- Leta upp denna reflex med teleskopet (ledning: vilken färg har den reflekterade strålen?), först på den ena sidan och sedan på den andra. Mät vinklarna v_1 och v_2 (se figur 4) tre gånger.
- Prismats toppvinkel ges då av halva vinkeln mellan de två mätningarna, dvs

$$a = \frac{|v_1 - v_2|}{2} \quad (5)$$

Ibland kan det vara svårt att se reflexen eftersom den är svag. Släck i så fall ljuset i labsalen. Se också till att prisma står mitt i strålgången, annars kan den ena reflexen bli stark men den andra väldigt svag.

Att mäta minimideviationen

- Tag först bort prisma från bordet, och ställ in teleskopet så att du ser en bild av spalten. Mät vinkeln. Den är din referensriktning, dvs den riktning ljuset skulle ha gått utan prisma.
- Ställ tillbaka prisma på bordet. Ställ det så att ljuset faller in i ca 45° vinkel mot prismats yta, och så att det hörn du mätt på används som toppvinkel (se figur 2 och 3 för hjälp, och tänk dig noga för).
- På den ena sidan (Vilken sida? Jämför figur 2 och 3 igen om det behövs!) finns nu färgade linjer från kvicksilverlampan. Vrid teleskopet tills du kan se dem.
- Lägg fingrarna ovanpå prisma (rör inte dess sidor, då får du fingeravtryck där!) och vrid det försiktigt för hand medan du tittar in i kikaren (låt prismabordet stå still). Då kommer linjerna att flytta på sig. Vrid sedan prisma så att linjerna flyttar sig närmare och närmare mitten, dvs så att avböjningen blir mindre och mindre. Följ efter med kikaren om de försvinner ur bild. Så småningom kommer du att hitta ett läge, där linjerna vänder och går tillbaka igen trots att du fortsätter vrida prisma åt samma håll. Detta vändläge ger minimideviationen.
- Ställ sedan in hårförstoraren på en av de färgade linjerna, och mät vinkeln. Drag bort den första vinkeln du mätte (utan prisma), så får du minimideviationen. Nu kan du bestämma brytningsindex för just den här våglängden. Gör sedan samma sak för de andra färgerna.

Ibland kan det vara svårt att se hårförstoraren när man ska göra mätningarna. Det kan bli lättare om du tänder ljuset i labsalen, för då syns förstoraren bättre mot den ljusa bakgrunden.

Cauchys formel

Med hjälp av dina mätningar med kvicksilverlampan kan du nu bestämma brytningsindex för de våglängder som finns listade i tabell 1. Men däremellan är det svårt att säga vad som händer – vad blir t ex brytningsindex för $\lambda = 500 \text{ nm}$? Ibland behöver man kunna ta fram brytningsindex för vilken våglängd som helst. Ett sätt att göra det är att använda sig av Cauchys formel, som säger att brytningsindex för alla glas kan skrivas som

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \quad (6)$$

A , B och $C \dots$ är konstanter, som är olika för olika material. Ofta behövs bara de två första termerna för att få en tillräckligt god anpassning och om man lyckas ta reda på A och B för en viss sorts glas, så kan man sen bestämma det glasets brytningsindex för vilken våglängd som helst. Ett sätt att ta reda på konstanterna är om vi vet att brytningsindex är n_1 för våglängd λ_1 , och n_2 för våglängd λ_2 . Då får vi

$$\begin{cases} n_1 = A + B/\lambda_1^2 \\ n_2 = A + B/\lambda_2^2 \end{cases} \quad (7)$$

Detta ekvationssystem har lösningen

$$\begin{cases} A = \frac{n_2\lambda_2^2 - n_1\lambda_1^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \\ B = \frac{\lambda_1^2\lambda_2^2(n_1 - n_2)}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \end{cases} \quad (8)$$

Om vi vet brytningsindex för fler våglängder (som i den här laborationen) fås en säkrare bestämning av konstanterna A och B genom att rita funktionen $n = n(\frac{1}{\lambda^2})$ i ett diagram. Detta skall då bli en rät linje (jämför med $y = m + kx$, där x motsvarar $\frac{1}{\lambda^2}$). A -värdet fås då där den extrapolerade linjen skär n -axeln (dvs för $\frac{1}{\lambda^2} = 0$) och B fås ur linjens lutning.

Instruktioner för laborationen

Uppgiften är att mäta upp brytningsindex som funktion av våglängden för två olika glasmaterial, kronglas och flintglas, och jämföra deras dispersion.

1. Fundera ut hur refraktometern fungerar genom att prova dig fram. Du bör bli kunna rotera prismabordet, rotera kikaren utan att rotera prismabordet, och ändra ljusspaltens bredd. En stor spalt är bra när man ska hitta en svag bild, medan en smal är bra när man vill göra exakta mätningar. Om bilden av spalten är suddig kan du be assistenten om hjälp (man måste flytta spalten).
2. Mät en toppvinkel på vardera prisma. Instruktionerna finns under rubriken "Att mäta toppvinkeln".
3. Mät minimideviationsvinkeln för samtliga spektrallinjer för de båda prismorna (det blir 5-7 mätningar per prisma, beroende på hur många linjer du kan se.) Instruktionerna finns under "Att mäta minimideviationen".
4. Två av spektrallinjerna är gula, men de ligger så nära varandra att man knappt kan skilja dem åt. I mätningarna ovan kan du betrakta dem som en enda linje. Men om man ställer in refraktometern på den gula linjen, och gör spalten så smal som möjligt, går det ibland att se att det är två linjer. Prova!
5. Beräkna brytningsindex för varje spektrallinje för de båda prismorna. Rita sedan två grafer, en för varje prisma, med brytningsindex som funktion av våglängd. Pricka bara in mätpunkterna, dra inga streck mellan dem. Tänk på att välja skalan rätt – det ska gå att se tydlig skillnad mellan de olika mätpunkterna!
Rita sedan också $n = n(\frac{1}{\lambda^2})$ för de två prismorna. Drag de räta linjerna och läs av A -värdena och beräkna B -värdena. Ställ upp Cauchys formel för n_{kronglas} och $n_{\text{flintglas}}$.
6. Bestäm den relativa dispersionen och Abbe-talet för de båda prismorna. Använd ekvation (2) och (3). Eftersom du inte direkt mätt upp n_d , n_F och n_C får du beräkna dem med Cauchys formel eller läsa av dem med hjälp av de räta linjerna du dragit i diagrammet.