

Svar till tentamen i Vågor och partiklar, SK1131, 10 januari 2011

1. Upplösningskriteriet bestämmer om du kan se pixlarna eller inte. Om synvinkeln till två närliggande pixlar är $\theta \geq \frac{1.22\lambda}{D}$ kan du alltså se dem. Diagonalvinkeln för IPADen är $\alpha = \arctan \frac{x}{y} = \arctan \frac{768}{1024} = 36.86^\circ$. Sidlängderna blir då: 15 cm resp. 20 cm. Varje pixel får då sidlängden, $l = 0.195$ mm, vilket också är centrumavståndet mellan två pixlar. Synvinkeln $\theta = \tan l/L \cong l/L$, där L är avståndet du kan upplösa pixlarna på. Avståndet blir då $L \leq \frac{lD}{1.22\lambda}$.

Högst upplösning har du för blått ljus, alltså ser du blå pixlar lättast och på längst avstånd. Ansätt t ex 420 nm. Anta t ex en pupilldiameter på $D = 2$ mm. Då får du: $L \leq 76$ cm, dvs. om dina ögon är perfekta bör du kunna se pixlarna upp till ett avstånd av 76 cm. I praktiken kanske det är på håret.

2. Fokalpunkten för en krökt spegel ligger på halva radiens avstånd, dvs. $f = R/2$. Om bilden hamnar på samma ställe som objektet måste det befinna sig i krökningscentrum för spegeln, dvs. $i = p = 1.5$ m. Du kan också räkna ut det som $1/p + 1/i = 2/R$. Då blir $f = 0.75$ m.

a. p är nu 1 m och $f = 0.75$ m. $\Rightarrow i = 3$ m och bilden är reell. Rita och se!

b. p är nu 0.5 m. $\Rightarrow 1/0.5 + 1/i = 1/0.75 \Rightarrow i = -1.5$ m, dvs en virtuell bild.

3. a. Transmissionen genom ett material ges av: $P_{ut} = P_{in} e^{-\alpha L}$, där absorptionskoefficienten är α och tjockleken L . $\ln(0.977) = -\alpha L$ där L är 0.335 nm. Då blir $\alpha = 70 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$.

b. Tjockleken är $50 \cdot 0.335$ nm = 16.75 nm. Transmissionen genom filmen blir $\frac{P_{ut}}{P_{in}} = e^{-\alpha L} = 0.31$. Då blir absorptionen 69%.

4. Titta på interferensen mellan en våg som träffar den tätare filmen, I, och en våg, II, som går igenom den och reflekteras mot den tunnare filmen. Dessa båda vågor skall interferera konstruktivt för att vi skall få en utgående avböjd våg. Vågen som går genom filmen och reflekteras går sträckan $2x$ där $x = \Lambda/2 \sin \alpha$. Den andra strålen går sträckan x . Nu kan vi titta på fasen för vågorna:

$$\text{I.} \quad \pi + \frac{2\pi n}{\lambda} x$$

$$\text{II.} \quad 2 \cdot \frac{2\pi n}{\lambda} x$$

$$\text{II} - \text{I} = m \cdot 2\pi \text{ där du kan sätta } m=0. \text{ Sätt in } x \text{ och du får } \Lambda = \lambda/n \sin \alpha.$$

5. Kontrollera att vågfunktionen är normerad:

$$\int |\Psi|^2 dV = \int 1/\pi a^3 e^{-2r/a} (4\pi r^2) dr = 4/a^3 \cdot a^3/4 = 1$$

Sannolikheten

$$P(0 \rightarrow a) = \int |\Psi|^2 4\pi r^2 dr = 4/a^3 (-5a^3 e^{-2}/4 + a^3/4) = (1 - 5e^{-2}) = 0.323$$

Dvs elektronen befinner sig en tredjedel av tiden mellan a och 0 och två tredjedelar av tiden utanför denna radie.

6. a. Pulslängden är $\Delta\tau = 1/f = 1/40 \text{ GHz} = 25 \text{ ps}$. Ljushastigheten i glaset är $v=c/n$. På 25 ps har ljuset gått sträckan $l = v \cdot t = ct/n = 5.2 \text{ mm}$ genom fibern. Detta är också pulsens längd.

b. Vi vet pulslängden $\Delta\tau$ så då kan vi bestämma osäkerheten i frekvens: $\Delta\tau \cdot \Delta f \geq \frac{1}{2\pi}$, $\Delta f \geq 6.36 \text{ GHz}$.

En osäkerhet i frekvens kan räknas om till en osäkerhet i våglängd om man utgår från $c = \lambda f$; $\lambda = \frac{c}{f}$ och

sen differentierar och tar absolutbeloppet, $\Delta\lambda = \left| -\frac{c}{f^2} \Delta f \right| = \frac{\lambda^2}{c} \Delta f = 48 \text{ pm}$.