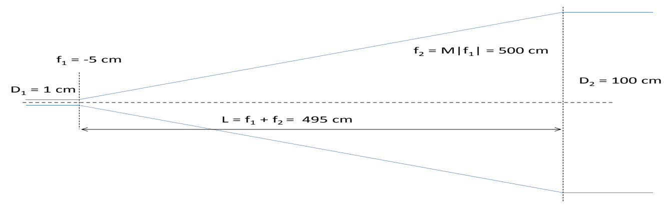
Svar till tentamen i Vågor och partiklar, SK1131, 26 maj 2010

1.a. $t = 2 \cdot l/c = = 3.84 \cdot 10^8 / 3 \cdot 10^8 =$ **2.56 s**.
b. Diffraktionsvinkeln (vinkeln till första min.) från en d =1 m bred stråle är: $\theta \approx \sin\theta = \frac{1.22\lambda}{d} = 0.85\ 10^{-6}$ rad.
Fläckens diamater på månen ges som $d = 2l\tan\theta = 650$ m
c. Totala antalet fotoner per puls som går iväg är $N = \frac{E_{puls}}{foton\ energin} = \frac{0.25}{hf} = 8.7 \cdot 10^{17}$, och 1 av 10^{17} kommer tillbaka. **Alltå kommer 8 till 9 fotoner tillbaka per puls**.

2.a. Reflexion mot tätare medium för stråle I och II. Väglängsskillnaden, $r_2 - r_1 = \left(\frac{2 \cdot 2\pi nL}{\lambda} + \pi\right) - \pi = \left(m + \frac{1}{2}\right) 2\pi$ för destruktiv interferens. Sätt m=0 så fås $\boldsymbol{L}$ **= 126 nm**.
b. Konstruktiv interferens: $r_2 - r_1 = \left(\frac{2 \cdot 2\pi nL}{\lambda} + \pi\right) - \pi = m2\pi$, dvs. $\boldsymbol{\lambda = \frac{2nL}{m} = 348\ nm}$ för m=1 och L = 126 nm.

3. Teleskopet har en parallell stråle in (r=5 mm) och en negativ lins (okularet, f= -5cm) som expanderar strålen. När strålen har nått en radie av 500 cm bryts den av en positiv lins (objektivet) till en parallell stråle (kollimeras). Förstoringen är m=100 ggr., vilket från m= $-f_{obj}/f_{okular}$ ger $\mathbf{f_{objektiv}}$ **= 500 cm**. Den virtuella bilden till okularet, som ligger 5 cm t.v. om okularlinsen, är objekt till objektivet och skall ligga i fokus till detsamma. **Avståndet mellan linserna,** $L=f_1+f_2$= -5 cm + 500 cm **=495 cm**.



4. a. Diffraktionsvinkeln från gittret ges av: $\sin\theta = \frac{m\lambda}{d}$ där d= 1/1500· 10^3. Med $m=1$ blir vinklarna $\theta_{Fe} = \mathbf{35.87°}$ **och** $\boldsymbol{\theta_{Cu} = 36.15°}$.
b. Upplösningen för gittret ges av $R = \frac{\lambda_{avg}}{\Delta\lambda} = \frac{391.925}{2.65} = 147.9 = Nm$ där N = antalet belysta gitterspår och m=1, dvs. $N = \frac{\lambda_{avg}}{\Delta\lambda} = \frac{391.925}{2.65} = 147.9$ st. Med 1500 l/mm krävs det en strålbredd på **0.1 mm**.
c.Laserns pulseffekt $P = \frac{E}{t} = \frac{0.25J}{0.13ns} = \mathbf{1.92\ GW}$. Intensiteten $I = \frac{P}{A}$. Arean bestäms av diffraktionen av den 1 mm breda strålen när den fokuseras på plåten. Laserfläckens radie r ges då av $\frac{r}{f} \approx \tan\theta \approx \frac{1.22\lambda}{d}$ där d är stråldia-metern in mot den fokuserande linsen. Från detta fås r =12.7 µm och arean A blir då $A = \pi r^2 = 5.1 \cdot 10^{-8} m^2$.
84% av effekten är inom Airy fläcken, dvs. $I = \frac{P}{A} = 0.84(1.92 \cdot 10^9)/5.1 \cdot 10^{-10} = \mathbf{3.1 \cdot 10^{18} W/m^2}$.

5.a. Energierna är kvantiserade i potentialen och vi kan skriva de Broglie våglängden som λ = 2L/n där n är huvudkvanttalet och n= 1, 2, 3 … (som representerar de stående vågorna i boxen). Vi kan då skriva $E = p^2/2m_o$ där $p = h/\lambda_n$ och vi får $E_n = (1/2m_o)(h/\lambda_n)^2 = n^2h^2 / 8m_oL$ (n = 1,2,3 …)Energierna i de exciterade tillstånden är relaterade till grundtillståndsenergin genom $E_n = n^2 E_1$. Om vi sätter in Plancks konstant, massan för elektronen och L = 0.416 nm fås $E_n = 3.77\ 10^{-19} (n^2/L^2)$ eV och $\mathbf{E_1}$ **= 2.18 eV,** $\mathbf{E_2 = 2^2E_1}$ **= 8.72 eV och** $\mathbf{E_3 = 3^2E_1}$ **= 19.62 eV.**
b. $p(x) = \frac{2}{L}\int_{L/4}^{3L/4} sin^2 \frac{\pi x}{L} dx$. Gör en variable substitution, $y = \frac{\pi x}{L}, dx = \frac{L}{\pi} dy$, och integralen blir

$$p(x) = \frac{2}{L}\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{L}{\pi} sin^2 y dy) = 2/\pi \left[\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}sin2y\right] = \mathbf{0.82.}$$

6. a. Livstiden är relaterad till energibredden på nivån genom Heisenbergs osäkerhetsrelation. Vi får ΔE·Δt > ħ/2 vilket ger att **ΔE** = 6.63 10^{-34}/(2 2 π 141 10^{-9}) **= 2.3** $\mathbf{10^{-9}}$ **eV**
b. För att ta reda på den kinetiska energin atomkärnan får på grund av att en foton emitteras tar vi först reda på rörelsemängsmomentet, p, som skall bevaras. För fotonen p = h/λ med λ = hc/E ger λ = 1240/(14.4 10^3) nm och vi får då p = h/(1240/(14.4 10^3)) = 7.7 10^{-24} kg m/s. Rekylenergin hos järnatomen ges då av $E_{kin} = p^2/2m_{Fe}$ vilket ger att $\mathbf{E_{kin}}$ **= 2.1** $\mathbf{10^{-3}}$ **eV**.