

Svar till tentamen i Vågor och partiklar, SK1130, 18 december 2008

1. a. Rita graf, inget knas.... ($\lambda = 2\pi/k = 628 \text{ nm}$ då $k = 1.0 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ behövs senare i uppg 6.)

b. $P = I \cdot A = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} \cdot \pi r^2 = 1.04 \text{ mW}$ där radien på strålen 1 mm utnyttjats

2. a. Bilden är imaginär och hamnar bortom objektet sett relativt observatören (se bild i boken).

$i = -25 \text{ cm} \rightarrow p = if/(1-f) = -25 \cdot 5 / (-25-5) \text{ cm} = 4.17 \text{ cm}$

b. Vinkelförstoringen $m_\theta = \text{luppförstoring} = 25 \text{ cm} / f = 5 \text{ ggr}$.

3. Diffraction från pupillen begränsar upplösningen. $\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ och $\tan(\theta) = x/L$

$D = 2 \text{ mm}$, $x = 6.5 \text{ cm}$, L sökt. Ansätt att vinkeln är liten $\rightarrow x/L \approx 1.22 \cdot \lambda / D \rightarrow L = xD / (1.22 \cdot \lambda)$.

Med en blå våglängd ($\lambda = 400 \text{ nm}$) blir $L = 266 \text{ m}$, med en röd (700 nm) blir $L = 152 \text{ m}$. Välj ett svar häremellan.

4. Ansätt att vi har normalt infall, luft på ena sidan och att $n_{\text{glas}} > n_{\text{antireflexfilm}}$, dvs. tätare index för båda reflexerna och därmed fasskift i för bägge strålarna.

a. stråle I: $\lambda/2$

stråle II: $2dn + \lambda/2$, där d är filmens tjocklek. Vi söker fallet destruktiv interferens och den optiska våglängdskillnaden skall då svara mot $\text{II} - \text{I} = (m+1/2)\lambda$, dvs. att $d = \lambda(m+1/2)/(2n)$ och med $m = 2$ hamnar vi mellan 500 nm och 700 nm , så det blir 623.0 nm tjockt.

b. $\lambda = 2nd/(m+1/2)$ med $m=3$ blir våglängden 452.1 nm vilket är blått ljus. Något annat m fungerar inte.

5.a) $E = n^2 h^2 / 8mL^2$ ger $L^2 = n^2 h^2 / 8mE$. Med värden $n=1$ (grundtillståndet) och $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ fås $L = 1.94 \text{ nm}$.

b) Sannolikhetstätheten är $|\Psi(x)|^2 = ((\sqrt{2}/L) \sin(n\pi x/L))^2 = 2/L \sin^2 n\pi x/L$,

Sannolikhet = $\int (\text{sannolikhet/längd}) dx$, integral från 0 till $L/3 = \int |\Psi(x)|^2 dx = 2/L \int \sin^2(n\pi x/L) dx = [\sin^2 x = (1 - \cos 2x)/2] = 1/3 - 1/2n\pi \sin 2\pi/3$, $n=1 \Rightarrow$ sannolikheten = $1/3 - 0.137 = 0.196$.

Klassiskt vore förväntningsvärdet $1/3$.

c) Första exciterade tillståndet, dvs. $n=2$. $E_2 = 2^2 \cdot 0.1 \text{ eV} = 0.4 \text{ eV}$

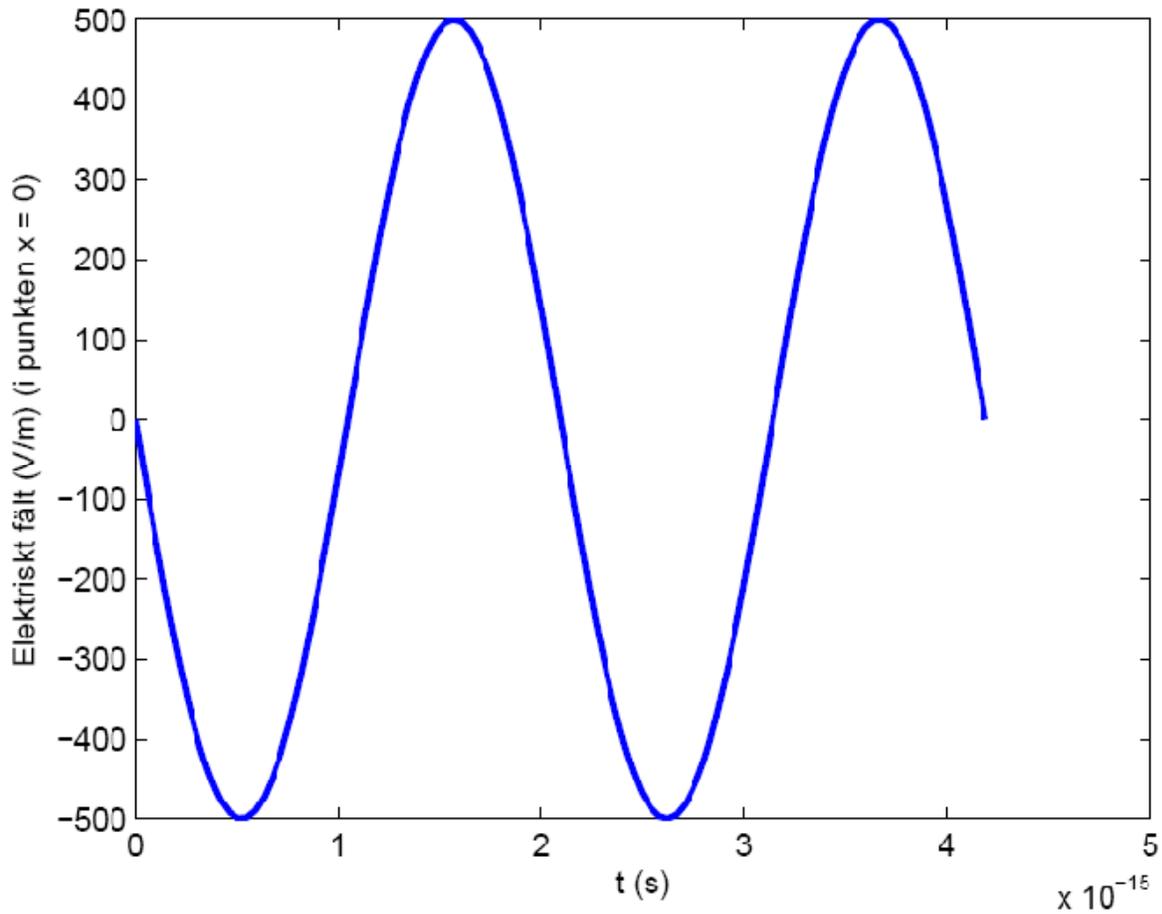
d) Eftersom energin är densamma och L har förändrats måste alltså n ha förändrats. Sök n för $E = n^2 h^2 / 8mL^2$. Det ger: $n^2 = 8mL^2/h^2$, dvs. $n \approx 5 \cdot 10^5$. Vi använder oss av uttrycken från b) dvs sannolikheten = $1/3 - (1/2n\pi) \sin 2n\pi/3 \sim 1/3$. Minsta energisprånget ΔE_{min} fås då n ändras med en enhet dvs $\Delta E_{\text{min}} = E_{n+1} - E_n = E_{1,ny}(n+1)^2 - E_{1,ny}n^2 = E_{1,ny}(2n+1) = E_n (2/n + 1/n^2) \sim 2E_n/n$ (eftersom $n \gg 1$) $\sim 4 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$ då $E_n = 0.1 \text{ eV}$. Ett mycket litet värde, så nästan kontinuerlig energi! Inte alls som i den korta brunnen. Vi ser alltså att en förändring av potentialens bredd till 1 mm gör att vi nästan kommer till klassisk fysik trots att energivärdet 0.1 eV är litet.

6. a. antal fotoner = $E/(hc/\lambda) = 3.8 \cdot 10^{12}$ st.

b. $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ och $E = h \cdot f = hc/\lambda$. Differentiera det senare uttrycket och du får motsvarigheten till

osäkerheten i våglängd för en osäkerhet i energi, dvs. $\Delta E = (-) \frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda$. Vi söker $\Delta t \geq \frac{\hbar}{2} / \Delta E$

dvs. $\Delta t \geq \frac{\hbar}{4\pi h} \lambda^2 / c \Delta \lambda = \frac{1}{4\pi} \lambda^2 / c \Delta \lambda = 0.26 \text{ ps} = 260 \text{ fs}$.



Graf till uppgift 1. Eftersom $\omega = 3.0 \cdot 10^{15} \text{ rad s}^{-1}$ blir perioden $T = 2\pi/\omega = 2.09 \cdot 10^{-15} \text{ s}$. I $x = 0$ ska vi alltså plotta $E = A \sin(-\omega t)$ från $t = 0$ till $t = 2T$ med A och ω givna i uppgiften (och T uträknad).

I uppgift två har vi en lupp. Den används så att en virtuell bild hamnar på samma sida av linsen som objektet (se boken samt den icke skalenliga bilden nedan).

