Kapitel 38

2. Energin för en foton får vi från relationen $E_p = hf = \dfrac{hc}{\lambda}$. Om strålen har en effekt på P=5 mW betyder det att vi har en fotonflöde $R = \dfrac{P}{E_p} = \dfrac{P\lambda}{hc}$. Om vi kallar stråldiametern för d kommer tvärsnittsarean ges av $A = \pi d^2/4$ och vi kan skriva fotonflödet per area som:

$$\frac{R}{A} = \frac{\lambda P}{hc\left(\pi d^2/4\right)} = \frac{4\left(633\text{nm}\right)\left(5.0\times10^{-3}\,\text{W}\right)}{\pi\left(6.63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}\right)\left(2.998\times10^{8}\,\text{m/s}\right)\left(3.5\times10^{-3}\,\text{m}\right)^2}$$
$$= 1.7\times10^{21}\,\text{photons/m}^2\cdot\text{s}\,.$$

12. Effekten ut från källan är:

$$P_{\text{emit}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{7.2\text{ nJ}}{2\text{ s}} = 3.6\text{ nJ/s} = 3.6\times10^{-9}\text{ J/s} = 2.25\times10^{10}\text{ eV/s}$$

Eftersom energin från varje foton ges av

$$E_{\text{ph}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\text{ eV}\cdot\text{nm}}{600\,\text{nm}} = 2.07\text{ eV}\,,$$

Blir fotonflödet från källan:

$$R_{\text{emit}} = \frac{P_{\text{emit}}}{E_{\text{ph}}} = \frac{2.25\times10^{10}\text{ eV/s}}{2.07\text{ eV}} = 1.09\times10^{10}\,\text{photons/s.}$$

Eftersom källan är isotropisk dvs stålar likadant i alla riktningar och detektorn som l igger 12 meter bort har en absorberande yta på $A_{\text{abs}} = 2.00\times10^{-6}\text{ m}^2$ och absorberar 50% av det inkommande ljuset, blir fotonabsorptionshastigheten:

$$R_{\text{abs}} = (0.50)\frac{A_{\text{abs}}}{4\pi r^2}R_{\text{emit}} = (0.50)\frac{2.00\times10^{-6}\text{ m}^2}{4\pi(12.0\text{ m})^2}\left(1.09\times10^{10}\,\text{photons/s}\right) = 6.0\text{ photons/s.}$$

17. Energin för en foton ges av $E = hf = hc/\lambda$, där h är Plancks konstant, f är frekvensen för den elektromagnetiska strålningen och λ är våglängden. Den kinetiska energin av den mest energirika emitterade elektronen ges av

$$K_m = E - \Phi = (hc/\lambda) - \Phi,$$

där Φ är ”the work function” för natrium (sodium). Stopp-potentialen V_0 är relaterad till den maximala kinetiska energin genom $eV_0 = K_m$, dvs den potential som krävs för att stoppa den mest energirika elektronen vilket ger

$$eV_0 = (hc/\lambda) - \Phi$$

och

$$\lambda = \frac{hc}{eV_0 + \Phi} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{5.0\,\text{eV} + 2.2\,\text{eV}} = 170\,\text{nm}.$$

Här är $eV_0 = 5.0$ eV och $hc = 1240$ eV·nm.

24. Om vi använder att $hc = 1240$ eV·nm, får vi att antalet fotoner som emitteras från lasern per tidsenhet ges av

$$R = \frac{P}{E_{\text{ph}}} = \frac{2.00\times10^{-3}\ \text{W}}{(1240\ \text{eV}\cdot\text{nm}/600\ \text{nm})(1.60\times10^{-19}\ \text{J}/\text{eV})} = 6.05\times10^{15}/\text{s},$$

Där $(1.0 \times 10^{-16})(6.05 \times 10^{15}/\text{s}) = 0.605/\text{s}$ faktiskt ger upphov till en photoelektrisk emission. Eftersom ström ges av laddningsflöde per tidsenhet och en elektron har laddningen 1.60×10^{-19} C får vi strömmen:

$$i = (0.605/\text{s})(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C}) = 9.68 \times 10^{-20}\ \text{A}.$$

27. (a) Röntgenstrålningens frekvens blir

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998\times10^{8}\ \text{m/s}}{35.0\times10^{-12}\ \text{m}} = 8.57\times10^{18}\ \text{Hz}.$$

(b) Detta ger fotonenergin som:

$$E = hf = (4.14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s})(8.57\times10^{18}\ \text{Hz}) = 3.55\times10^{4}\ \text{eV}.$$

(c) Från ekv. 38-7 får vi att rörelsemängdsmomentet blir

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{35.0\times10^{-12}\ \text{m}} = 1.89\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 35.4\ \text{keV}/c.$$

35. (a) Från Eq. 38-11 får vi att comptonskiftet blir:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\phi) = (2.43\,\text{pm})(1-\cos 90°) = 2.43\,\text{pm}\ .$$

(b) Det relativa skiftet blir Δλ dividerat med våglängden:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2.425\,\text{pm}}{590\,\text{nm}} = 4.11\times10^{-6}.$$

(c) Ändringen i energi för en foton med våglängd λ = 590 nm ges av

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{ph}} &= \Delta\left(\frac{hc}{\lambda}\right) \approx -\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}\\ &= -\frac{(4.14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s})(2.998\times10^{8}\ \text{m/s})(2.43\,\text{pm})}{(590\,\text{nm})^2}\\ &= -8.67\times10^{-6}\ \text{eV}\ .\end{aligned}$$

(d) För en röntgenfoton med energin E_{ph} = 50 keV, är Δλ samma (2.43 pm), eftersom den är oberoende av energin E_{ph}.

(e) Det relativa skiftet blir nu:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{hc/E_{\text{ph}}} = \frac{(50\times10^{3}\,\text{eV})(2.43\text{pm})}{(4.14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s})(2.998\times10^{8}\text{m/s})} = 9.78\times10^{-2}\ .$$

(f) Ändringen i energi blir nu:

$$\Delta E_{\text{ph}} = hc\left(\frac{1}{\lambda+\Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) = -\left(\frac{hc}{\lambda}\right)\frac{\Delta\lambda}{\lambda+\Delta\lambda} = -E_{\text{ph}}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)$$

där $\alpha = \Delta\lambda/\lambda$. Med E_{ph} = 50 keV och $\alpha = 9.78\times10^{-2}$, får vi ΔE_{ph} = –4.45 keV. (i det här fallet är $\alpha \approx 0.1$ inte tillräckligt nära noll för att approximera energiförändringen med $\Delta E_{\text{ph}} \approx hc\Delta\lambda/\lambda^2$. Om vi använde den approximeringen skulle vi få $\Delta E_{\text{ph}} \approx -4.89$ keV, vilket inte är tillräckligt nära.)

53. (a) Vi använder relationen $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ och $p = \dfrac{h}{\lambda}$ där vi söker $K = E - m_e c^2$.
Vi får då

$$K = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 = \sqrt{\left(\frac{1240\text{eV}\cdot\text{nm}}{10\times10^{-3}\,\text{nm}}\right)^2 + \left(0.511\text{MeV}\right)^2} - 0.511\text{MeV}$$
$$= 0.015\text{MeV} = 15\text{keV}.$$

(b) Om vi använder $hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$ får vi:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}}{10\times10^{-3}\,\text{nm}} = 1.2\times10^5\,\text{eV} = 120\,\text{keV}.$$

(c) Elektronmikroskopet är att föredra eftersom det använder mindre energi.

57. Vi deriverar Eq. 38-17 och får

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{d}{dx}\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right) = ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}.$$

Andra derivatan blir då:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right) = -k^2\,Ae^{ikx} - k^2\,Be^{ikx}.$$

Sätter vi in detta i Schrödingerekvationen får vi:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = -k^2\,Ae^{ikx} - k^2 Be^{ikx} + k^2\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right) = 0.$$

64. (a) Vi använder igen att $hc = 1240\text{nm}\cdot\text{eV}$, vilket ger:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,\text{nm}\cdot\text{eV}}{10.0\times10^{-3}\,\text{nm}} = 124\,\text{keV}\ .$$

(b) Den kinetiska energin elektronen får är lika stor som energiförlusten i hos fotonen. Om vi skriver $\Delta\lambda = \dfrac{h}{mc}\left(1-\cos(\phi)\right) = \lambda_c\left(1-\cos(\phi)\right)$ där λ_c är comptonvåglängden och antar att en direkt kollision ger spridning rakt tillbaka dvs 180 grader så får vi:

$$\Delta E = \Delta\left(\frac{hc}{\lambda}\right) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda}\right) = \left(\frac{hc}{\lambda}\right)\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}\right) = \frac{E}{1 + \lambda / \Delta\lambda}$$

$$= \frac{E}{1 + \frac{\lambda}{\lambda_C(1 - \cos\phi)}} = \frac{124\,\mathrm{keV}}{1 + \frac{10.0\,\mathrm{pm}}{(2.43\,\mathrm{pm})(1 - \cos(180°))}}$$

$$= 40.5\,\mathrm{keV}.$$

(c) Eftersom elektronen ”sitter fast” med mycket mindre energi än vad fotonen kommer överföra till elektronen är det omöjligt att ”se” elektronen med en så högenergitisk foton eftersom den då kommer slå bort elektronen från sin omloppsbana.