Övning 3 - Kapitel 35

7(1). Brytningsindex får vi från Eq. 35-3:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{2.998 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.92 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1.56.$$

6(4). (a) Frekvensen för gult natriumljus är

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 \; m/s}{589 \cdot 10^{-9} \; m/s} = 5{,}09 \cdot 10^{14} Hz$$

(b) När ljuset färdas genom glas blir våglängden

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{589 \, nm}{1{,}52} = 388 \, nm$$

(c) Ljusets hastighet när det åker genom glaset blir då

$$v = f \cdot \lambda_n = (5.09 \cdot 10^{14} Hz)(388 \cdot 10^{-9} m) = 1{,}97 \; m/s$$

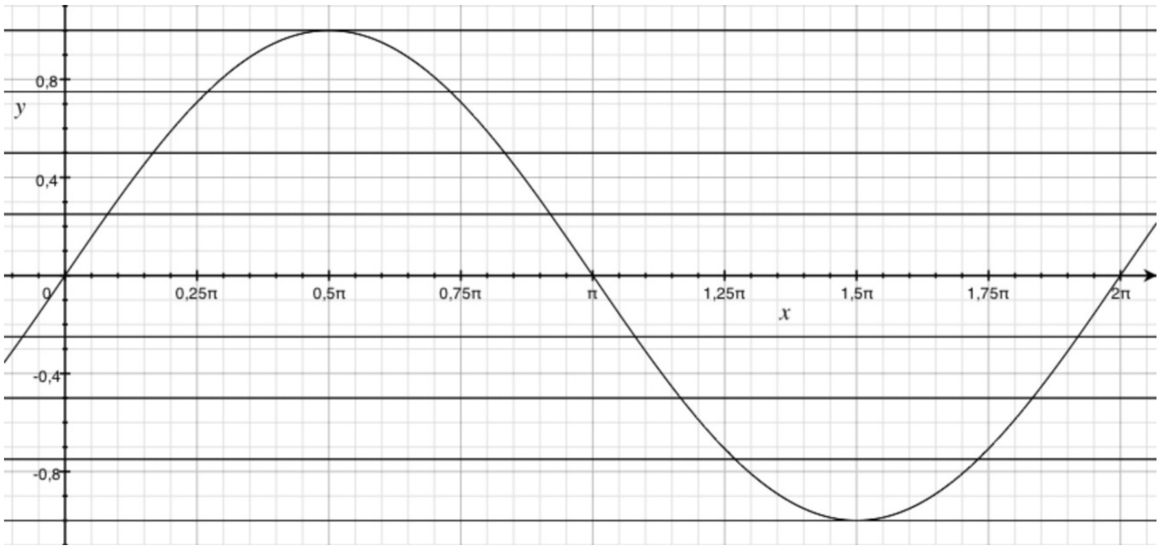
13(13). (a) Om vi kallar den övre vågen för våg 1 och den undre vågen för våg 2 kan vi skriva deras individuella fasförändring genom passagen med materialet på följande sätt: Den övre vågen upplever en fasförskjutning på $\Delta\varphi_1 = \frac{L_2}{\lambda} \cdot n_2 + \frac{L_1 - L_2}{\lambda} \cdot 1$ medans den undre upplever en fasförskjutning på $\Delta\varphi_2 = \frac{L_2}{\lambda} \cdot n_1 + \frac{L_1 - L_2}{\lambda} \cdot n_1$

Fasskillnaden mellan vågorna blir alltså med λ = 0.600 μm:

$$\frac{L_2}{\lambda}(n_2 - n_1) + \frac{L_1 - L_2}{\lambda}(1 - n_1) = \frac{3.50 \; \mu\text{m}}{0.600 \; \mu\text{m}}(1.60 - 1.40) + \frac{4.00 \; \mu\text{m} - 3.50 \; \mu\text{m}}{0.600 \; \mu\text{m}}(1 - 1.40)$$
$$= 0.833.$$

(b) Svaret i (a) är närmre ett heltal än en multipel av halvtal varför interferensen är mer konstruktiv än destruktiv.

17(15). Vi har interferensmaxima för alla vinklar θ som uppfyller d sin $\theta = m\lambda$, där m är ett heltal. Eftersom d = 2.0 m och λ = 0.50 m, får vi sin $\theta = 0.25m$. Vi söker alla värden på m (positiva och negativa) där $|0.25m| \leq 1$. Dessa är –4, –3, –2, –1, 0, +1, +2, +3, and +4. För alla dessa utom –4 och +4 finns det två olika värden på θ. Bara θ (–90°) är associerat med m = –4 och (+90°) är associerat med m = +4. Det blir alltså 16 olika vinklar och därför 16 olika maxima.



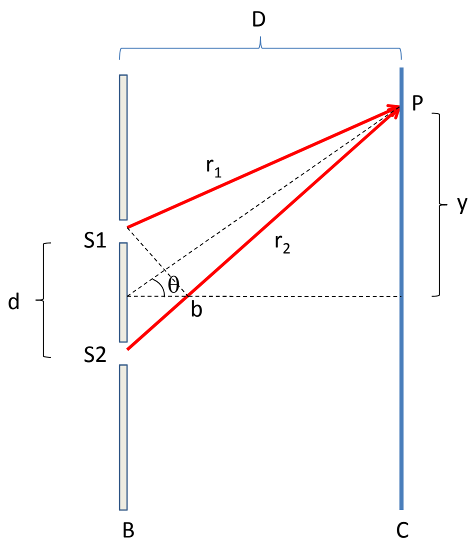
19(19). Villkoret för maximum i två-spalts experimentet är $d \sin \theta = m\lambda$, där d är avståndet mellan spalterna, λ är vågälängden, m är ett heltal och θ är vinklen som bildas av de interfererande strålarna i frammåtriktning. Om θ är liten kan vi approximera $\sin \theta$ med θ i radianer. Vi får då, $\theta = m\lambda/d$, och vinkelspearationen mellan två maxima m och m+1 ges av $\Delta\theta = \lambda/d$. Separationen på en skärm en sträcka D bort ges då av

$$\Delta y = D\,\Delta\theta = \lambda D/d.$$

Vi får då,

$$\Delta y = \frac{\left(500\times 10^{-9}\,\text{m}\right)\left(5.40\,\text{m}\right)}{1.20\times 10^{-3}\,\text{m}} = 2.25\times 10^{-3}\text{m}=2.25\text{ mm}.$$

32(32)*. (a)



Vi använder det trigonometriska sambandet

$$\sin a + \sin(a + b) = 2\cos(b/2)\sin(a + b/2),$$

Vi söker E-fältet vid P vilket är summan av E-fälten E_1 och E_2 vilket då blir

$$E_1 + E_2 = 2E_0 \cos(\phi/2)\sin(\omega t + \phi/2)$$

Där E_o = 2.00 µV/m, ω = 1.26 × 10^{15} rad/s, och $\phi = 36.9$ rad. Slutligen får vi alltså att amplituden på det elektriska fältet av den resulterande vågen blir

$$E = 2E_0\cos(\phi/2) = 2\left(2{,}00\,\frac{\mu V}{m}\right)\cos\left(\frac{36{,}9}{2}\,rad\right) = 3{,}68\ \frac{\mu V}{m}$$

(b) Vi använder ekvation 35-22 vilket ger intensiteten efter en dubbelspalt om de två interfererande vågorna har fasskillnaden ϕ vid punkt P

$$I = 4I_0\cos^2(\phi/2)$$

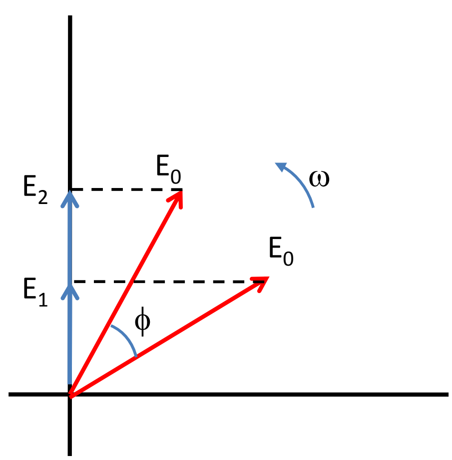
I centrum har vågorna fasskillnaden 0 varför vi får:

$$I_{\text{center}} = 4I_0\cos^2(0) = 4\,I_0$$

Detta ger

$$\frac{I}{I_{center}} = \frac{4I_0\cos^2(\phi/2)}{4I_0} = \cos^2(\phi/2) = \cos^2\left(\frac{36{,}9}{2}\,rad\right) = 0{,}849$$

(c) Fasskillnaden ϕ (i våglängder) får vi genom att dela ϕ i radianer med 2π. Detta ger, ϕ = 36.9/2π = 5,87 våglängder. Det betyder att punkt P ligger mellan 6e sidmaximat (där ϕ = 6 våglängder) och 6e minimat (där ϕ = 5+1/2 våglängder).



(d) Rotationshastigheten i fasdiagrammet är vink ω = 1.26 × 10^{15} rad/s.

(e) Vinkeln mellan faserna i diagrammet är ϕ = 36.9 rad = 2114° (vilket motsvarar runt 314° eller -46° om man ritar in det på vanligt vis).

35(39). För att få total destruktiv interferens måste vågorna som reflekteras från främre och bakre delen av ytskiktet ha en fasskillnad på en udda multipel av π rad Båda vågorna träffar ett medium med större bryningsindex och får därför en extra fasförskjutning på π rad var. Om ytskiktet har tjockleken *L* kommer vågen som reflekteras mot bakre ytan ha färdats en sträcka 2*L längre än den våg som reflekteras mot främre ytan. Fasskillnaden mellan vågorna blir då $2Lk = 2L\frac{2\pi n}{\lambda}$ där k är vågtalet (vinkelvågtalet?) för vågen, n är brytningsindexet för ytskiktet och λ är vakuumvåglängden.
Om vi löser för L får vi:

$$2Ln\frac{2\pi}{\lambda} = (2m+1)\pi$$

$$L = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}$$

I ekvationen ovan är m ett heltal. Den minsta tjocklek på L som ger destruktiv interferens fås med *m* = 0. Detta ger,

$$L = \frac{\lambda}{4n} = \frac{600 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}}{4(1{,}25)} = 120\ \mu\mathrm{m}$$

55(53). På samma sätt som i talet innan kommer ljuset in från ett lågt index n_1 (luft), träffar sedan den tunna filmen med högre index *n2* för att till sist träffa vattnet med högst index n_3 vilket betyder att $n_1<n_2<n_3$. Vi vet alltså att vi har destruktiv intereferens för reflekterade vågor om följande är uppfyllt.

$$2L = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{n_2}\ \mathit{where}\ m = 0{,}1{,}2, \ldots$$

Detta innebär också att vi har maximal konstruktiv interferens för transmitterat ljus för samma L.

(a) Eftersom $2L = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{n_2}$ (Eq. 35-36) inte ger någon reflektion måste motsatsen ge full reflektion dvs $2L = m\frac{\lambda}{n}$ (Eq. 35-37). Vi bortser från m=0 eftersom det motsvarar L=0 vilket blir meningslöst (det måste vara olja på vattnet). För $m = 1, 2, \ldots$, får vi maximal reflektion för följande våglängder

$$\lambda = \frac{2n_2L}{m} = \frac{2(1{,}20)(460)}{m} = 1104\ nm, 552\ nm, 368\ nm, \ldots$$

Endas 552 nm ligger i det synliga spektrat.

(b) Som nämndes ovan ges maximal transmission för våglängder som uppfyller

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{n_2} \to \lambda = \frac{4n_2L}{2m+1}$$

Vilket ger λ = 2208 nm, 736 nm, 442 nm … för olika värden på *m*. Vi noterar att två våglängder ligger inom det synliga, 442 nm och 736 nm även om 736 nm bara kommer uppfattas svagt eftersom det ligger långt ut på kanten av vår färgkänslighet.

56(54). För konstruktiv interferens kräver vi för λ = 600 nm

$$2Ln = \frac{2m+1}{2}\lambda$$

där m är ett heltal. Om vi löser för brytningsindex och sätter in L = 281,6 nm får vi

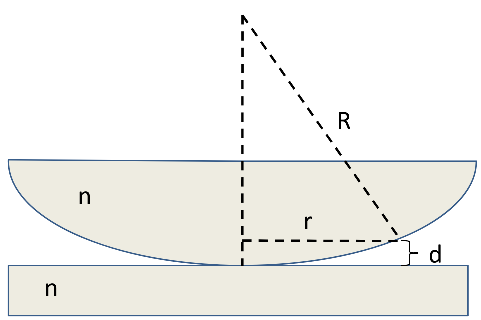
$$n = (2m+1)\frac{\lambda}{4L} = (2m+1)\frac{600\ nm}{4(281{,}6\ nm)}$$

Eftersom $n > 1$, måste m > 0. $m = 1$ ger $n = 1.60$ vilket är fullt rimligt och återspeglar de verkliga värden som återfinns i tabell 34-1. Om vi antar att detta är brytningsindexet kan vi nu beräkna våglängderna som upplever destruktiv interferens vid reflektion.
Dessa ges av $2L = m\lambda_{dest}/n$. vilket ger,

$$\lambda_{dest} = (900\text{ nm})/m.$$

Endast $m = 2$ ger en våglängd i det visuella spektrat dvs λ_{dest} = 450 nm.

75(75).



Vi är intresserade av intreferensmönstret som bildas mellan vågor som reflecteras från den övre och undre kanten på luftfickan. Vågor som reflecteras från undre kanten genomgår en fasförskjutning på π rad eftersom dom reflecteras mot ett material med högre brytningsindex vilket inte vågorna som reflekteras mot övre kanten gör.
Om tjockleken på luftspalten är d, blir villkoret för maximal interferens $2d = (m + 1/2)\lambda$. där λ är våglängden i luft och m är ett heltal. Vi får då:

$$d = (2m + 1)\lambda/4.$$

Geometrin i figuren ger att $d = R - \sqrt{R^2 - r^2}$, där R krökningsradien på linsen och r är radien på en av Newton ringarna. Vi får nu

$$(2m+1)\frac{\lambda}{4} = R - \sqrt{R^2 - r^2}$$

Genom att flytta om termerna får vi:

$$\sqrt{R^2 - r^2} = R - (2m+1)\frac{\lambda}{4}$$

Vi kvadrerar båda sidor och löser för r^2, för att sen lösa ut rötterna. Vi får

$$r = \sqrt{\frac{(2m+1)\lambda R}{2} - \frac{(2m+1)^2\lambda^2}{16}}$$

Om R är mycket större än våglängden kommer första termen att dominera och vi får därför

$$r = \sqrt{\frac{(2m+1)\lambda R}{2}}$$

81(81). Om λ är våglängden i vakuum och λ/n är våglängden i luft, där n är brytningsindex för luft. Så kan färdvägen genom vakuumpumpen, $2d$, beskrivas som någon multippel av respektive våglängd.

För luft:	$2d = m\lambda/n$ eller $2dn = m\lambda$
För vakuum:	$2d = w\lambda$

Här är m och w två olika multipplar av våglängden i vakuum

Skilnaden mellan ekvationerna ger

$$2d(n-1) = (m - w)\,\lambda$$

Även om vi inte vet värdena på m och w så vet vi att skilnaden mellan dem är 60 vilket ger

$$2d(n-1) = 60\lambda \rightarrow n - 1 = \frac{60\lambda}{2d} \rightarrow n = 1 + \frac{60\lambda}{2d}$$

$$\boldsymbol{n} = 1 + \frac{60 \cdot 500 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{2 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = \mathbf{1{,}00030}$$