

## Lösningförslag till tentamen i Elvåg för K, Bio och Medtek 101022

**A1.** Kraftekv blir  $qE = qvB$  ( $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ )  $\Leftrightarrow v = \frac{E}{B}$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{45 \cdot 10^3}{0,55} = 82 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

**Svar:**  $v = 82 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

**A2.** Definitionen av intensitetsnivån är

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$  dB, där  $I$  är intensiteten och  $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$  är den lägsta intensitet som går att höra.

Antag att intensitetsnivån först är  $\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$  dB. Efter höjningen av ljudintensiteten 10 ggr fås  $\beta_2 = 10 \log \frac{10I_1}{I_0}$  dB. Ljudintensitetsnivån höjs då med

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{10I_1}{I_0} \text{ dB} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \text{ dB} = 10 \left( \log \frac{10I_1}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \frac{\frac{10I_1}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}$$

$= 10 \log 10 = 10 \text{ dB}$ . (oberoende av startvärdet på  $I$ !)

**Svar:** Ljudintensitetsnivån höjs med 10 dB

**A3.** Kirchhoffs lagar  $\sum V_k = 0$  i en sluten loop och  $\sum I_k = 0$  i en nod ger

Höger delloop vänstervarv:  $\varepsilon_2 - \varepsilon_3 - (R_1 + R_3)I_2 = 0$  (1)

Vänster delloop vänstervarv:  $\varepsilon_1 - R_2I_1 + \varepsilon_3 = 0$  (2)

Strömekv i övre noden:  $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$  (3)

(1) ger  $I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{(R_1 + R_3)} = \frac{-1,8}{600} = -3,0 \text{ mA}$

(2) ger  $I_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{R_2} = \frac{9,5}{500} = 19 \text{ mA}$

(3) ger  $I_3 = I_1 - I_2 = 22 \text{ mA}$

Svar:  $I_1 = 19 \text{ mA}$ , riktad till höger genom  $R_2$ ,  $I_2 = 3,0 \text{ mA}$ , riktad till vänster genom  $R_3$

och  $I_3 = 22 \text{ mA}$  riktad uppåt i mittledaren

#### A4. Rayleigh-villkoret ger:

a) Kritiska vinkeln  $\theta_c = \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{1,22 \cdot 1,4 \cdot 10^{-6}}{0,58} = 2,94 \cdot 10^{-6}$  rad

Vinkeln kan tecknas  $\theta_c = \frac{x}{L} = \frac{x}{706 \cdot 10^3}$ , där  $x$  är storleken på det minsta föremål som kan upplösas.

b) Nu gäller  $x = L \cdot \theta_c = 706 \cdot 10^3 \cdot 2,94 \cdot 10^{-6} = 2,07$  m = 2,1 m (Avrunda uppåt för att säkert ligga på rätt sida om gränsen!)

**Svar:** a)  $\theta_c = 2,94 \cdot 10^{-6}$  rad och b)  $x = 2,1$  m

A5. Ohms lag ger  $V = ZI = (R + j\omega L)I = (100 + j125,6)I$

$\Rightarrow$  Fasvinkeln blir  $\varphi = \arctan \frac{125,6}{100} = 51^\circ$

Strömmen blir  $I = \frac{V}{(100 + j125,6)} = \frac{10}{(100 + j125,6)}$  och storleken på  $I$  blir  $\|I\| = \frac{10}{\sqrt{100^2 + 125,6^2}} = 0,0623$  A

Effekten är  $P = VI \cos \varphi = 10 \cdot 0,0623 \cdot \cos 51^\circ = 0,4$  W.

**Svar:** a) Fasvinkeln är  $\varphi = 51^\circ$  b) Växelströmseffekten (aktiva effekten) är  $P = 0,4$  W

B1. Strömmarna blir  $I_1 = \frac{V}{(100 + j62,8)} = \frac{10}{(100 + j62,8)}$  med storleken på  $\|I_1\| = \frac{10}{\sqrt{100^2 + 62,8^2}} = 0,0847$  A = 85 mA

och  $I_2 = \frac{V}{(100 - j15,9)} = \frac{10}{(100 - j15,9)}$  med storleken på  $\|I_2\| = \frac{10}{\sqrt{100^2 + 15,9^2}} = 0,0988$  A = 99 mA

Fasvinklarna för strömmarna blir om riktfasen  $\varphi = 0$  sätts på  $V$ :

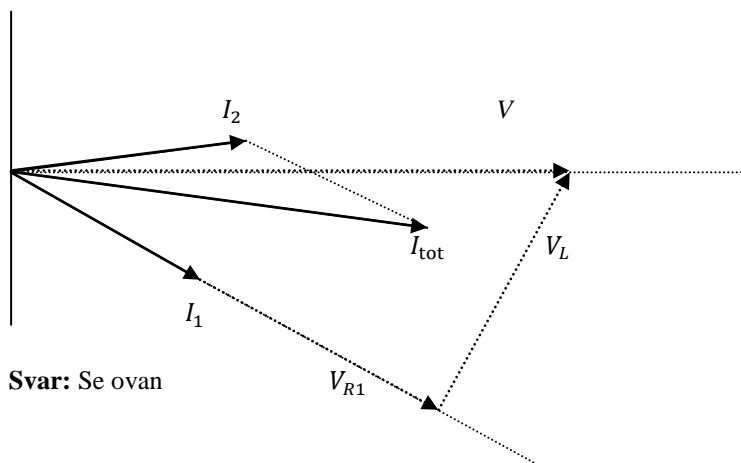
Fasvinklarna blir  $\varphi_1 = -\arctan \frac{62,8}{100} = -32^\circ$  och  $\varphi_2 = +\arctan \frac{15,9}{100} = +9^\circ$

Summan av de komplexa strömmarna blir  $I_1 + I_2 = I_{\text{tot}}$  kan läggas in i ett diagram.

Spänningarna blir  $V_{R1} = R_1 I_1 = 100 \cdot 85 \cdot 10^{-3} = 8,5$  V,  $V_{R1}$  (ligger i samma riktning som  $I_1$ ) och

$V_L = j\omega L I_1 = j6280 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0847 = j5,3$  V ( $V_L$  ligger +90° roterad till  $I_1$ ), Storlek  $\|V_L\| = 5,3$  V

$V$ ,  $V_{R1}$  och  $V_L$  bildar en rätvinklig triangel där  $V_{R1} + V_L = V$



**Svar:** Se ovan

B2. Ultraljudet med frekvensen 11 MHz blir dopplerröskjutet 2,0 kHz.

Välj ljudhastigheten till ca 1500 m/s från diagrammet.

$$\text{Steg 1: Hjärtat är mottagare (rörlig lyssnare), } f_1 = \frac{1500+v_h}{1500} f_0 \quad (1)$$

$$\text{Steg 2: Hjärtat är sändare (rörlig källa), } f_2 = \frac{1500}{1500-v_h} f_1 \quad (2)$$

$f_1$  från (1) sätts in i

$$(2): f_2 = \frac{1500}{1500-v_h} f_1 = \frac{1500}{(1500-v_h)} \frac{(1500+v_h)}{1500} f_0 = \frac{(1500+v_h)}{(1500-v_h)} f_0 = \{\text{mult med nämnarens konjugat}\} =$$

$$\frac{(1500+v_h)(1500+v_h)}{(1500-v_h)(1500+v_h)} f_0 = \frac{1500^2 + v_h^2 + 2v_h \cdot 1500}{1500^2 - v_h^2} f_0 = \{v_h^2 \text{ försummas}\} = \frac{1500^2 + 2v_h \cdot 1500}{1500^2} f_0 =$$

$$\left(1 + \frac{2v_h}{1500}\right) f_0 \Rightarrow \Delta f = f_2 - f_0 = \frac{2v_h}{1500} f_0 \Rightarrow v_h = \frac{\Delta f \cdot 1500}{2 \cdot f_0} = 13,6 \text{ cm/s}$$

**Svar:** Hjärtats hastighet var ca 14 cm/s

B3. Från diagrammet fås

$$\text{för vänstra delen: } \|E_1\| = \frac{dV}{dx} = \frac{110 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 110 \text{ V/m} \quad \text{pss för högra delen: } \|E_2\| = \frac{dV}{dx} = \frac{110 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 220 \text{ V/m}$$

$$\text{Den mikroskopiska Ohms lag ger: } J = \frac{I}{A} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1}{\rho} E \Rightarrow I = \pi r^2 \cdot \frac{1}{\rho} E$$

$$\text{a) för vänstra delen: } I = \pi r^2 \cdot \frac{1}{\rho} E = 3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-6})^2 \cdot \frac{1}{0,5} \cdot 110 = 69 \cdot 10^{-9} \text{ A} = 69 \text{ nA} \approx 70 \text{ nA}$$

$$\text{b) för högra delen: } I = \pi r^2 \cdot \frac{1}{\rho} E = 3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-6})^2 \cdot \frac{1}{0,5} \cdot 220 = 138 \cdot 10^{-9} \text{ A} = 138 \text{ nA} \approx 140 \text{ nA}$$

a) Strömmarna i a) och b) är motriktade varandra. Strömmen är riktad som  $E$ , dvs i fall a) riktad i negativ riktning, eftersom  $V$  ökar i positiv riktning (om det är från vänster till höger i diagrammet), i fall b) i positiv riktning, eftersom  $V$  minskar i positiv riktning.

**Svar:** Se ovan.

$$\text{B4. Induktionslagen ger } |\varepsilon| = N \frac{d\Phi}{dt} = \{\text{ett varv i slingan}\} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A})}{dt}$$

De två kvadratiske slingorna ger bidragen där flödet är parallellt med ytornas normaler och  $\cos\phi = 1$

$$B_1 = B_0 \cdot \sin\omega t \cdot \cos\theta \text{ och } B_2 = B_0 \cdot \sin\omega t \cdot \sin\theta \Rightarrow B_{\text{tot}} = B_0 \cdot \sin\omega t \cdot \cos\theta + B_0 \cdot \sin\omega t \cdot \sin\theta =$$

$$B_0 \cdot \sin\omega t \cdot (\cos\theta + \sin\theta) \Rightarrow |\varepsilon| = \frac{d(\mathbf{B}_{\text{tot}} \cdot \mathbf{A})}{dt} = B_0 \cdot \omega \cdot A \cdot \cos\omega t \cdot (\cos\theta + \sin\theta) = \{\text{vinkeln } \theta = 30^\circ\} =$$

$$= 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (\cos 30^\circ + \sin 30^\circ) \cdot \cos\omega t = 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot \cos\omega t$$

$$\text{a) } |\varepsilon| = B_0 \cdot \omega \cdot A \cdot \cos\omega t \cdot (\cos\theta + \sin\theta), \text{ Amplituden är } 5,1 \text{ mV} \text{ för vinkeln } \theta = 30^\circ.$$

$$\text{b) } (\cos\theta + \sin\theta) \text{ får max när } \theta = 45^\circ, \text{ vilket kan tas fram genom att ta } \frac{d|\varepsilon|}{d\theta} = 0 \Rightarrow \text{Ampl är } 5,3 \text{ mV.}$$

**Svar:** Se ovan.

**B5.** a) AR-skiktets tjocklek fås ur

$$t = \frac{\lambda}{4n_{MgF_2}}(2m + 1), \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

då  $m = 0$  fås minsta tjocklek som ger min i reflekterat ljus

$$t = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 1,38} = 99,6 \text{ nm} \approx 0,1 \mu\text{m} \text{ för mitten i synliga området.}$$

Villkor: Vid reflexion i gränssytor där brytningsindexet för glas är högre än för den tunna filmen så är det en fasförändring på  $\pi$  ( $\lambda/2$  i längd) vid reflektion film/luft och vid glas/film gränssytan. Det blir därför ingen sammanlagd skillnad i faserna vid interferensen för vågorna efter reflektionen. Därför är i det här fallet villkoret för destruktiv interferens

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{n_{MgF_2}}, \text{ där } m = 0 \text{ ger den tunnaste tjockleken.}$$

b) Intensiteten efter båda linserna blir:  $I_{\text{efter}} = I_{\text{före}} \cdot 0,96 \cdot 0,99 \approx 0,95 \cdot I_{\text{före}}$

**Svar:** a)  $0,1 \mu\text{m}$ .

b)  $I_{\text{efter}} \approx 0,95 \cdot I_{\text{före}}$ , dvs 95 % är kvar efter linssystemet.